МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

ОДОБРЕНО:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)
«21» июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
ГЕОМЕТРИЯ

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика; Информатика

Шуя

1. Цели освоения дисциплины - получение фундаментальных знаний по геометрии, включающих как классические разделы, так и представления о современных перспективных направлениях этой науки; формирование основ и развитие навыков для проведения самостоятельных научно-методических исследований в области геометрии; установление органической связи вузовского курса геометрии с другими математическими дисциплинами и школьным курсом математики.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Геометрия» является обязательной для изучения; относится к обязательной части блока дисциплин Б1, входит в предметно-методический модуль.

Успешное освоение данной дисциплины будет способствовать готовности обучающихся к освоению дисциплин: Алгебра, Математический анализ, Элементарная математика, Практикум по построению геометрических моделей в интерактивных средах, Практикум по решению школьных геометрических задач, Дифференциальные уравнения, Математическая логика и теория алгоритмов, Методика обучения математике, Компьютерное моделирование, Практикум по решению задач ЕГЭ по алгебре и началам математического анализа, Практикум по решению задач ЕГЭ по геометрии, История математики, прохождению учебной практики, вычислительной практики, производственной практики, педагогической (комплексной) практики.

Студент, приступающий к изучению дисциплины, должен обладать знаниями, умениями, навыками, полученными ранее в ходе изучения школьного курса математики.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Компетенции, формированию которых способствует данная дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения. УК-1.4. Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки

		информации. УК-1.5. Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений. УК-1.6. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.7. Определяет практические последствия предложенного решения задачи.

б) общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний. ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса, научных основ преподаваемых предметов, их истории и места в мировой культуре и науке. ОПК-8.3. Осуществляет мониторинг и отбор программ профессионального и личностного развития.

3.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- особенности системного и критического мышления (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (теории и методы высшей геометрии: учения о геометрических величинах, теория геометрических построений, теория геометрических преобразований, аналитическая геометрия, аксиоматический метод, методы изображений) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– этапы развития предметной области (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

Уметь:
– получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– создавать и редактировать простейшие графические изображения (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– использовать программную поддержку курса и оценивать ее методическую целесообразность (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– совершенствовать свои профессиональные знания и умения на основе постоянного самообразования (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– оценить уровень своей профессиональной компетентности (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– руководствоваться в профессиональной деятельности научными основами преподаваемого предмета (учениями о геометрических величинах, теорией геометрических построений, теорией геометрических преобразований, аналитической геометрией, аксиоматическим методом, методами изображений) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

Владеть:
– навыками определения практических последствий предложенного решения задач (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));
– способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования информационной среды (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– теоретическими и практическими знаниями для постановки и решения исследовательских задач в предметной области и в области образования (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));
– научными основами преподаваемого предмета (теориями и методами высшей геометрии: теориями геометрических построений, теориями геометрических преобразований, аналитической геометрией на плоскости и в пространстве, аксиоматическим методом, методами изображений) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3)).

4. Объём и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Объем дисциплины составляет 10 зачетных единиц (270 час.)
Контактная работа 131,66 час.
Самостоятельная работа 138,34 час.

Виды учебных занятий и формы промежуточной аттестации	1 сем.		2 сем.		3 сем.		4 сем.	
	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося
Лекции	12	18	12	16,50	13,5	26,75	13,5	26,75
Практические занятия	24		25,5		13,5		13,5	
Зачёт	-	-	-	-	0,25	-	-	-
Зачёт с оценкой	-	-	-	-	-	-	0,25	-
Групповые консультации перед экзаменом	1,5	-	1,5		-	-	-	-
Экзамен	0,33	25,17	0,33	25,17	-	-	-	-
Всего	37,83	43,17	39,33	41,67	27,25	26,75	27,25	26,75

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и объемом учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и объем (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа обучающегося	
				Лаб.	Пр.		
I	**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПЛОСКОСТИ**	**1**	**12**	**-**	**24**	**18**	**Экзамен**
1.	Элементы векторной алгебры	1	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
2.	Линейная зависимость векторов	1	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания,

							собеседование
3.	Метод координат на плоскости	1	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
4.	Прямая на плоскости	1	1,5	-	6	2	Контрольная работа №1, тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
5.	Кривые второго порядка	1	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
6.	Уравнения кривых второго порядка в полярных координатах	1	1,5	-	1,5	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
7.	Преобразования плоскости	1	1,5	-	-	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
8.	Построение геометрических моделей в интерактивных средах	1	-	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
9.	Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и её подгруппы	1	1,5	-	1,5	2	Контрольная работа №2, тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
II	**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА**	2	**12**	**-**	**25,5**	**16,5**	**Экзамен**
1.	Метод координат в пространстве	2	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
2.	Векторное и смешанное произведения векторов	2	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
3.	Плоскость в пространстве	2	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование

4.	Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями	2	1,5	-	3	2	Контрольная работа №1, тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
5.	Прямая в пространстве	2	1,5	-	4,5	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
6.	Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью	2	1,5	-	3	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
7.	Поверхности второго порядка	2	1,5	-	1,5	2	Тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
8.	Изучение поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям в интерактивных геометрических средах	2	1,5	-	4,5	2,5	Контрольная работа №2, тестирование, разноуровневые задачи и задания, собеседование
III	**ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**	**3**	**13,5**	**-**	**13,5**	**26,75**	**Зачёт**
1.	Проективное пространство	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
2.	Проективные системы координат	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
3.	Преобразования координат точек	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
4.	Основные факты проективной геометрии	3	1,5	-	1,5	3	Контрольная работа №1, разноуровневые задачи и задания, собеседование
5.	Проективные отображения и преобразования	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
6.	Гомологии	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
7.	Центральное и параллельное проектирование	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания,

							собеседование
8.	Аксонометрия	3	1,5	-	1,5	3	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
9.	Позиционные и метрические задачи на проекционном чертеже	3	1,5	-	1,5	2,75	Контрольная работа №2, разноуровневые задачи и задания, собеседование
IV	**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ**	**4**	**13,5**	**-**	**13,5**	**26,75**	**Зачёт с оценкой**
1.	Элементы топологии	4	1,5	-	-	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
2.	Непрерывность и гомеоморфизм	4	-	-	1,5	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
3.	Теория кривых	4	1,5	-	-	2	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
4.	Кривизна кривой	4	-	-	1,5	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
5.	Теория поверхностей	4	1,5	-	-	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
6.	Формы поверхностей	4	-	-	1,5	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
7.	Кривизна кривой на поверхности	4	1,5	-	1,5	2	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
8.	Внутренняя геометрия поверхности	4	1,5	-	-	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
9.	Геодезическая кривизна кривой на поверхности	4	-	-	1,5	1,5	Контрольная работа №1, разноуровневые задачи и задания, собеседование
10.	«Начала» Евклида	4	1,5	-	-	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
11.	Аксиоматика Гильберта	4	1,5	-	-	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование

12.	Группы аксиом в аксиоматике Гильберта	4	-	-	1,5	1,5	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
13.	Плоскость Лобачевского	4	1,5	-	1,5	2	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
14.	Функция Лобачевского. Линии постоянной кривизны на плоскости Лобачевского	4	-	-	1,5	2	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
15.	Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля. Прямая и плоскость в аксиоматике Вейля	4	1,5	-	-	2	Разноуровневые задачи и задания, собеседование
16.	Аксиоматика Погорелова школьного курса геометрии	4	-	-	1,5	1,75	Контрольная работа №2, разноуровневые задачи и задания, собеседование
ИТОГО:			**51**	**-**	**76,5**	**88**	**Экзамен (1, 2 семестр) Зачет (3 семестр) Зачёт с оценкой (4 семестр)**

4.2. Развернутое описание содержания учебного материала по разделам (темам)

1 семестр. Аналитическая геометрия плоскости.

Элементы векторной алгебры.

Понятие вектора. Операции над векторами. Коллинеарные и компланарные системы векторов.

Линейная зависимость векторов.

Базис векторного пространства. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатах. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов и его свойства.

Метод координат на плоскости.

Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости. Координаты точки. Формулы преобразования координат. Простейшие задачи в координатах. Полярная система координат.

Прямая на плоскости.

Виды уравнений прямой. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых. Геометрический смысл линейных неравенств с двумя переменными. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.

Кривые второго порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Их канонические уравнения и свойства.

Уравнения кривых второго порядка в полярных координатах.

Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

Преобразования плоскости.

Отображения и преобразования множеств, их свойства. Группа преобразований множества. Движения плоскости. Основная теорема о движениях. Уравнения движений.

Построение геометрических моделей в интерактивных средах.

Возможности и основные функции Microsoft Excel для построения геометрических объектов. Построение кривых второго порядка средствами электронных таблиц Microsoft Excel. Изучение основных команд и возможностей виртуального конструктора «Живая геометрия» для работы с геометрическими моделями. Изучение основных команд и возможностей интерактивной геометрической среды «GeoGebra» для работы с динамическими моделями. Построение геометрических объектов, изучение свойств и особенностей кривых второго порядка с помощью среды «GeoGebra».

Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и её подгруппы.

Инвариантная точка преобразования. Инвариантная прямая преобразования. Классификация движений первого рода. Классификация движений второго рода. Свойства движений.
Преобразование подобия. Свойства подобий. Основная теорема о подобиях.
Аффинные преобразования плоскости. Свойства аффинных преобразований. Группа аффинных преобразований и её подгруппы.

2 семестр. Аналитическая геометрия пространства.

Метод координат в пространстве.

Определение аффинной системы координат в пространстве. Координаты точек в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Определение прямоугольной системы координат в пространстве. Расстояние между двумя точками. Простейшие задачи в координатах. Формулы преобразования координат в пространстве.

Векторное и смешанное произведения векторов.

Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Свойства векторного произведения векторов.
Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.

Плоскость в пространстве.

Различные уравнения плоскости. Общее уравнение плоскости. Частные случаи общего уравнения плоскости.

Расстояние от точки до плоскости. Угол мужду двумя плоскостями.

Взаимное расположение двух и трёх плоскостей в пространстве.
Вычисление расстояния от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.

Прямая в пространстве.

Виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

Вычисление угла между двумя прямыми в пространстве. Вычисление угла между прямой и плоскостью в пространстве. Расстояние от точки до прямой. Кратчайшее расстояние между двумя прямыми в пространстве. Метрические задачи на сочетание прямых и плоскостей в пространстве. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве.

Поверхности второго порядка.

Метод сечений в изучении поверхностей второго порядка. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности второго порядка.

Изучение поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям в интерактивных геометрических средах

Эллипсоид. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Их канонические уравнения. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Определение. Свойства прямолинейных образующих различных поверхностей второго порядка.

Построение поверхностей второго порядка средствами электронных таблиц Microsoft Excel. Изучение свойств поверхностей второго порядка методом сечений по их каноническим уравнениям в интерактивной геометрической среде «GeoGebra».

3 семестр. Проективная геометрия.

Проективное пространство.

Центральное проектирование. Расширенное пространство. Проективное пространство P_n (n=1.2.3). Модели проективных пространств P_2 и P_1.

Проективные системы координат.

Проективная система координат на проективной плоскости. Проективная система координат на проективной прямой. Связь проективных координат точки расширенной прямой с её аффинной координатой.

Преобразования координат точек.

Преобразования координат точек проективной плоскости и проективной прямой.

Уравнение прямой на проективной плоскости.

Основные факты проективной геометрии.

Теорема Дезарга. Обратная теорема Дезарга. Принцип двойственности.

Сложное отношение коллинеарных точек: сложное отношение четырёх точек прямой, сложное отношение четырёх точек расширенной прямой, сложное отношение четырёх прямых пучка. Гармонические четвёрки точек и прямых. Полный четырёхвершинник.

Проективные отображения и преобразования.

Проективные отображения прямых. Определение и свойства. Основная теорема проективного отображения и преобразования.

Основная теорема о проективных преобразованиях плоскости. Уравнение проективного преобразования плоскости. Инвариантные элементы преобразования.

Гомологии.

Проективные отображения прямых и пучков. Перспективные отображения прямых и пучков. Проективные преобразования прямой. Инволюции.

Центральное и параллельное проектирование.

Изображения многоугольников в параллельной проекции. Изображение окружности в параллельной проекции. Теорема Польке – Шварца.

Аксонометрия.

Изображение многогранников и тел вращения в параллельной проекции. Изображение шара в параллельной проекции. Проекционный чертёж. Полные и неполные изображения.

Позиционные и метрические задачи на проекционном чертеже.

Метод внутреннего проектирования. Построение. Метод следов. Построение плоских сечений.

4 семестр. Дифференциальная геометрия. Основания геометрии.

Элементы топологии.

Метрическое пространство. Топологическое пространство. Замыкание множества, замкнутые множества. База топологии. Индуцированная топология.

Непрерывность и гомеоморфизм.

Предмет топологии. Отделимость, компактность, связность. Двумерные многообразия. Топологически правильные многогранники.

Теория кривых.

Векторная функция скалярного аргумента. Регулярный путь, регулярная кривая. Касательная к кривой. Естественная параметризация кривой.

Кривизна кривой.

Сопровождающий трёхгранник кривой, формулы Френе. Формулы для вычисления кривизны и кручения. Кривая как часть прямой, плоская кривая.

Теория поверхностей.

Понятие поверхности, способы задания. Регулярная поверхность. Кривая на поверхности. Касательная плоскость к поверхности в данной точке.

Формы поверхностей.

Первая квадратичная форма поверхности и её приложения. Вторая квадратичная форма поверхности.

Кривизна кривой на поверхности.

Классификация точек поверхности. Главные направления и главные кривизны в данной точке поверхности. Полная и средняя кривизна.

Внутренняя геометрия поверхности.

Деривационные формулы. Теорема Гаусса о полной кривизне. Внутренняя геометрия и изгибание поверхности.

Геодезическая кривизна кривой на поверхности.

Полугеодезическая система координат. Геодезические на поверхности. Экстремальное свойство геодезических.

«Начала» Евклида. Пятый постулат.

Исторический обзор обоснования геометрии, возникновение геометрии как науки.

«Начала» Евклида. Проблема пятого постулата, открытие неевклидовой геометрии.

Аксиоматика Гильберта.

Аксиоматика Д.Гильберта Евклидовой геометрии.

Группы аксиом в аксиоматике Гильберта.

1 группа аксиом. 2 группа аксиом. 3 группа аксиом. 4 группа аксиом. 5 группа аксиом.

Плоскость Лобачевского.

Плоскость Лобачевского, простейшие теоремы. Параллельность прямых на плоскости Лобачевского. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского.

Функция Лобачевского. Линии постоянной кривизны на плоскости Лобачевского.

Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского.

Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля. Прямая и плоскость в аксиоматике Вейля.

Требования к системе аксиом. Аксиоматика Вейля. Непрерывность аксиоматики Вейля.

Прямая в аксиоматике Вейля. Плоскость в аксиоматике Вейля.

Аксиоматика Погорелова школьного курса геометрии.

Решение проблемы пятого постулата. Непротиворечивость аксиоматики Погорелова.

5. Образовательные технологии, в том числе перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Реализация дисциплины «Геометрия» в учебном процессе предусматривает использование следующих образовательных технологий, методов и форм: технологии коллективного способа обучения; рейтинговая технология; дискуссия; групповая работа.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: мультимедиа технологии (интерактивная доска, мультимедийный проектор); технологии визуализации (электронные таблицы Microsoft

Office Excel, виртуальный конструктор «Живая геометрия», интерактивная геометрическая среда «GeoGebra»).

Для подготовки к занятиям студенты используют электронный каталог библиотеки ШФ ИвГУ, а также электронные ресурсы:

- http://www.biblioclub.ru/ Университетская библиотека online.
- http:// http://www.rucont.ru/ Электронная библиотека Шуйского филиала ИвГУ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Геометрия» осуществляется в следующих формах: выполнение домашних практических и самостоятельных заданий, конспектирование дополнительных вопросов из разделов дисциплины. Организация самостоятельной работы по дисциплине направлена на формирование профессионально значимых компонентов формируемых компетенций. Учебный материал для самостоятельной работы предлагается студентам в виде заданий для осуществления целеполагания, сбора необходимой информации, ее анализа с различных точек зрения, выдвижения гипотез и их проверки, формулировки выводов. Содержание заданий разрабатывается на основе применяемых технологий обучения. Основу каждого задания составляет предметная область, в рамках содержания которой студентам предлагается решить основные задачи профессиональной деятельности.

Для выполнения самостоятельной работы необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу:

1. Аналитическая геометрия плоскости: учебные материалы / сост. В. Л. Виноградов. - Шуя : Изд-во Шуйского филиала ФГБОУ ВПО "ИвГУ", 2015. - 38 с.
2. Виноградов, В. Л. Кривые второго порядка : методическая разработка / В. Л. Виноградов; Федеральное агентство по образованию, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Шуйский государственный педагогический университет", Кафедра математики и методики обучения. - Шуя : Изд-во ГОУ ВПО "ШГПУ", 2009. - 34 с.
3. Виноградов, В.Л. Преобразования плоскости : методические разработки для студентов ФМО / В. Л. Виноградов ; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО "ШГПУ". - Шуя : Весть ГОУ ВПО "ШГПУ", 2006. - 51 с.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в приложении 1 к настоящей программе. Доступ к методическим материалам осуществляется через сайт Шуйского филиала ИвГУ, в том числе через ЭБС Шуйского филиала ИвГУ на платформе «Руконт».

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости студентов на 1 курсе в 1 семестре:

- *Комплект заданий для контрольных работ:*

(2 контрольные работы по 12 баллов каждая)

В ходе текущего контроля оцениваются промежуточные результаты освоения студентами дисциплины «Геометрия».

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.
Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 6.
Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:
Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.
Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть от 7 до 10.
Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:
Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.
Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть от 11 до 12.
Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

– *Тестирование:*

Тестирование состоит из 50 вопросов, разделённых, на пять модулей в соответствии с разделами изучаемой дисциплины. Для каждого вопроса приведено 4 варианта ответа. Необходимо выбрать только один правильный ответ. Время на каждый вопрос зависит от уровня сложности. Всего на тестирование определено 70 минут. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает (3n) балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше. Максимальное количество баллов за тестирование – 15 баллов.

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания, max
Если освоено 5 модулей, то студент получает 15 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	15 баллов
Если освоено 4 модуля, то студент получает 12 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	12 баллов
Если освоено 3 модуля, то студент получает 9 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	9 баллов
Если освоено 2 модуля, то студент получает 6 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	6 балла
Если освоено 1 модуль, то студент получает 3 балла	3 балла

за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	
Если успешно не освоен ни один модуль, то студент баллов за тестирование не получает.	0 баллов

Помимо этого, учитывается:

- практическая работа студента – 13 баллов,
- степень активности студента на занятиях – 9 баллов,
- степень самостоятельности студента на занятиях – 18 баллов,
- посещаемость (отсутствие пропусков занятий) – 21 балл.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости студентов на 1 курсе во 2 семестре:

– *Комплект заданий для контрольных работ:*

(2 контрольные работы по 15 баллов каждая)

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 3.

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 7.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 3.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть от 8 до 13.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющим формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 3.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть от 14 до 15.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

– *Тестирование:*

Тестирование состоит из 50 вопросов, разделённых, на пять модулей в соответствии с разделами изучаемой дисциплины. Для каждого вопроса приведено 4 варианта ответа. Необходимо выбрать только один правильный ответ. Время на каждый вопрос зависит от уровня сложности. Всего на тестирование определено 50 минут. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает (2n) балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше. Максимальное

количество баллов за тестирование – 10 баллов.

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания, max
Если освоено 5 модулей, то студент получает 10 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	10 баллов
Если освоено 4 модуля, то студент получает 8 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	8 баллов
Если освоено 3 модуля, то студент получает 6 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	6 баллов
Если освоено 2 модуля, то студент получает 4 балла за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	4 балла
Если освоено 1 модуль, то студент получает 2 балла за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	2 балла
Если успешно не освоен ни один модуль, то студент баллов не получает.	0 баллов

Помимо этого, учитывается:
- практическая работа студента – 14 баллов,
- степень активности студента на занятиях – 7 баллов,
- степень самостоятельности студента на занятиях – 17 баллов,
- посещаемость (отсутствие пропусков занятий) – 22 балла.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости студентов на 2 курсе в 3 семестре: *комплект заданий для контрольных работ* (2 контрольные работы по 12 баллов каждая):

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 6.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть от 7 до 10.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющим формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть от 11 до 12.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Помимо этого, учитывается:

- практическая работа студента – 27 баллов,
- степень активности студента на занятиях – 6 баллов,
- степень самостоятельности студента на занятиях – 27 баллов,
- посещаемость (отсутствие пропусков занятий) – 16 балл.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости студентов на 2 курсе в 4 семестре: *комплект заданий для контрольных работ* (2 контрольные работы по 12 баллов каждая):

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 6.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть от 7 до 10.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющим формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 2.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть от 11 до 12.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Помимо этого, учитывается:

- практическая работа студента – 18 баллов,
- степень активности студента на занятиях – 16 баллов,
- степень самостоятельности студента на занятиях – 27баллов,
- посещаемость (отсутствие пропусков занятий) – 15 балл.

Форма проведения экзамена (1 семестр, 2 семестр), зачета (3 семестр), зачёта с оценкой (4 семестр):

– смешанная;

– использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы.

На экзамене по дисциплине «Геометрия» на 1 курсе в 1 семестре, знания, умения и владения, характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

– *комплект разноуровневых задач и заданий (на основании которых составлены экзаменационные билеты);*
– *собеседование по экзаменационным билетам.*

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется разноуровневыми теоретическими заданиями (1 задание, в соответствии с экзаменационным билетом), позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на одно теоретическое задание порогового уровня – 10 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется также разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания, в соответствии с экзаменационным билетом), позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания базового уровня – 20 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания) и разноуровневыми практическими задачами (1 задача), позволяющими формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания– 20 баллов.

Максимальный балл за правильно выполненную практическую задачу – 10 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов (максимальное количество баллов на экзамене).

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100 – балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Геометрия» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

На экзамене по дисциплине «Геометрия» на 1 курсе во 2 семестре, знания, умения и владения, характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- *комплект разноуровневых задач и заданий (на основании которых составлены экзаменационные билеты);*
- *собеседование по экзаменационным билетам.*

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется разноуровневыми теоретическими заданиями (1 задание, в соответствии с экзаменационным билетом), позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на одно теоретическое задание порогового уровня – 10 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется также разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания, в соответствии с экзаменационным билетом), позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания базового уровня – 20 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания) и разноуровневыми практическими задачами (1 задача), позволяющими формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания– 20 баллов.

Максимальный балл за правильно выполненную практическую задачу – 10 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов (максимальное количество баллов на экзамене).

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене.

Оценка на экзамене выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Геометрия» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

На зачёте по дисциплине «Геометрия» на 2 курсе в 3 семестре, знания, умения и владения, характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- *комплект материалов для тестирования;*
- *комплект разноуровневых задач и заданий (по вариантам);*
- *собеседование по результатам выполнения тестирования и индивидуального задания.*

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, позволяющим формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

–Тестирование:

Тест является одним видов оценочных средств для промежуточного контроля (зачёта) по дисциплине «Геометрия». Тест содержит 21 задание в соответствии с изучаемыми модулями (разделами). К каждому заданию дано несколько ответов, из которых правильный только один. В бланке листа ответов студент должен указать номер правильного ответа.

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания
Если освоено n модулей, то студент получает 2n+1 балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	Максимальное количество баллов за тест – 15 баллов
Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.	0 баллов

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня – 15 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми теоретическими заданиями (1 задание) и разноуровневыми практическими задачами (1 задача), позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за выполнение тестирования – 15 баллов.

Максимальный балл за подготовку и ответ на одно теоретическое задание – 5 баллов и одну практическую задачу базового уровня – 5 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня – 25 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми теоретическими заданиями (1 задание) и разноуровневыми практическими задачами (2 задачи), позволяющими формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за выполнение тестирования – 15 баллов.

Максимальный балл за подготовку и ответ на одно теоретическое задание – 5 баллов.

Максимальный балл за правильно выполненные две практические задачи – 10 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов (максимальное количество баллов на зачёте).

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на зачёте.

Оценка на зачёте выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Геометрия» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
зачтено	зачтено	зачтено	не зачтено
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

На зачёте с оценкой по дисциплине «Геометрия» на 2 курсе в 4 семестре, знания, умения и владения, характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- *комплект материалов для тестирования;*
- *комплект разноуровневых задач и заданий (по вариантам);*
- *собеседование по результатам выполнения тестирования и индивидуального задания.*

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, позволяющим формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Тест является одним видов оценочных средств для промежуточного контроля (зачёта) по дисциплине «Геометрия».

Тест содержит 30 заданий распределённых в соответствии с 10 модулями (разделами). К каждому заданию дано несколько ответов, из которых правильный только один. В бланке листа ответов студент должен указать номер правильного ответа.

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания
Если освоено n модулей, то студент получает n+5 балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	Максимальное количество баллов за тест – 15 баллов
Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.	0 баллов

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня – 15 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания), позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за выполнение тестирования – 15 баллов.

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания базового уровня – 10 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня – 25 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми теоретическими заданиями (2 задания) и

разноуровневыми практическими задачами (1 задача), позволяющими формировать компетенций в целом.

Критерии оценки:

Максимальный балл за выполнение тестирования – 15 баллов.

Максимальный балл за подготовку и ответ на два теоретических задания – 10 баллов.

Максимальный балл за правильно выполненную практическую задачу повышенного уровня – 5 баллов.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов (максимальное количество баллов на зачёте с оценкой).

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на зачёте с оценкой.

Оценка на зачёте с оценкой выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Геометрия» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

Фонд оценочных средств по дисциплине «Геометрия» в полном объёме представлен в Приложении 2 к рабочей программе.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебная и учебно-методическая литература:

– **основная литература:**

1. Александров, А. Д. Геометрия : учебник для студентов высших учебных заведений / А. Д. Александров. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2010. - 624 с.
2. Аналитическая геометрия плоскости : учебные материалы для студентов / Министерство образования и науки РФ; ФГБОУ ВПО "ИвГУ"; Шуйский филиал ИвГУ ; авт.-сост. В. Л. Виноградов. - Шуя : Изд-во Шуйского филиала ФГБОУ ВПО "ИвГУ", 2015. - 38 с.
3. Кузовлев, В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии / В.П. Кузовлев. – Москва : Физматлит, 2012. – 207 с. : схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554

– **дополнительная литература:**

1. Александров, И. И. Сборник геометрических задач на построение с решениями : пособие для учителей средних школ / И. И. Александров ; под ред. Н. В. Наумович. - 19-е изд. - Москва : Едиториал УРСС, 2004. - 180 с.
2. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / сост. А.В. Медведев. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 111 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232773
3. Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. : Ч. 1. / Атанасян, Л.С., Атанасян, В.А. - М.: Просвещение, 1973.
4. Атанасян, А. С. Геометрия : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов : в 2-х ч. Ч. 1 / А. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - Москва : Просвещение, 1986. - 336 с.
5. Атанасян, А. С. Геометрия : учебное пособие для студентов физико-математических

факультетов педагогических институтов : в 2-х ч. Ч. 2 / А. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - Москва : Просвещение, 1987. - 352 с.
6. Сборник задач по геометрии : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов / под ред. В. Т. Базылева. - Москва : Просвещение, 1980. - 240 с.
7. Остыловский, А. Н. Аналитическая геометрия / А.Н. Остыловский. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. – 92 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229150
8. Понарин, Я.П. Аффинная и проективная геометрия / Я.П. Понарин. – Москва : МЦНМО, 2009. – 288 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63272
9. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. : Ч. 2. / Атанасян, Л.С., Атанасян, В.А. - М.: Просвещение, 1975.

Интернет-ресурсы:

- Интерактивная геометрическая среда GeoGebra - https://www.geogebra.org
- Информационно-просветительский интернет-портал "HomoCyberus" - http://www.homocyberus.ru
- Электронная образовательная платформа XXI века: Якласс https://www.yaklass.ru;
- Система адаптированного интерактивного образования: Учи.ру https://uchi.ru;
- Образовательный портал для подготовки к экзаменам: Решу ЕГЭ https://ege.sdamgia.ru;
- Онлайн школа для учеников 3-11 классов: Фоксфорд https://foxford.ru;
- Платформа «Российская электронная школа (РЭШ)» https://resh.edu.ru.
- Интерактивная рабочая тетрадь Skysmart – https://edu.skysmart.ru.
- Журнал "Компьютерные инструменты в образовании" - http://www.ipo.spb.ru/journal

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн»;
- Коллекция Шуйского филиала ИвГУ на национальном цифровом ресурсе «Руконт»;
- Статистические материалы региональных исследований в области общего образования http://www.ivege.ru/content/work/katestvo/region_monitoring.
- Сайт журнала РАН «Математическое моделирование» - http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus
- Словари и энциклопедии на Академике - https://dic.academic.ru/
- Математическое образование: общедоступная электронная библиотека - http://www.mathedu.ru/
- Математическая энциклопедия - https://gufo.me/dict/mathematics_encyclopedia

Программное обеспечение:

В процессе изучения дисциплины используются офисные пакеты Microsoft Office, Open Office, программа для просмотра и чтения файлов PDF Adobe Acrobat Reader DC, программа для воспроизведения флэш-анимации в браузерах Adobe Flash Player, вэб-обозреватели Google Chrome, Opera, Антивирус Касперского, 1С университет, виртуальный конструктор «Живая геометрия, интерактивная геометрическая среда «GeoGebra».

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории.
2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
3. Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
4. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
5. Помещение для самостоятельной работы, оснащенное специализированной мебелью, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
6. Учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные презентации.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины:

С.В. Белов, доцент кафедры математики, информатики и методики обучения, кандидат педагогических наук;

И.В. Белова, старший преподаватель кафедры математики, информатики и методики обучения.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математики, информатики и методики обучения «15» мая 2019 г., протокол № 8

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 5 от «21» февраля 2020 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 10 от «07» июня 2021 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры №7 от «18» февраля 2022 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 11 от «21» июня 2023 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Приложение 1.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту в каждом семестре предлагается выполнить перечень практических работ, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

1 курс. 1 семестр

Практическое занятие №1. Элементы векторной алгебры

1. Необходимо доказать 3 свойство произведения вектора на число.
2. Необходимо доказать 4 свойство произведения вектора на число.
3. Необходимо доказать 5 свойство произведения вектора на число.
4. Выполнить упражнение №5 (а, в, д, е) (см. примечание).
5. Выполнить упражнение №7 (а, г) (см. примечание).
6. Выполнить упражнение №10 (см. примечание).

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №2. Операции над векторами

1. Доказать теорему:

Длина вектора $\vec{a}\,(a_1,\ a_2, a_3)$, заданного координатами в ортонормированном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, вычисляется по формуле $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

2. Доказать теорему:

Если в ортонормированном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: $\vec{a}\,(a_1,\ a_2, a_3)$ и $\vec{b}\ (b_1,\ b_2, b_3)$, то

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$

3. Выполнить упражнение №11 (см. примечание).
4. Выполнить упражнение №19 (см. примечание).
5. Выполнить упражнение №22 (а).
6. Выполнить упражнение №24 (см. примечание).

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №3. Линейная зависимость векторов

1. Выполнить упражнение №25.
2. Выполнить упражнение №27.
3. Выполнить упражнение №42.
4. Выполнить упражнение №56 (а, б, в, г).
5. Выполнить упражнение №59.

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №4.
Координаты вектора в пространстве. Скалярное произведение векторов

Задание 1. Даны векторы $\vec{a}$ (1; 2; 3), $\vec{b}$ (-1; 0; 3), $\vec{c}$ (2; 1; -1) и $\vec{d}$ (3; 2; 2) в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

Задание 2. Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})\bullet(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad \vec{a} \perp \vec{b}.$

Задание 3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

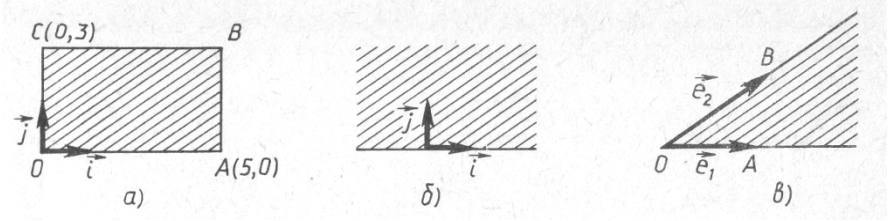
Задание 4. Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b})\bullet(5\vec{a} - 6\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 4, \quad |\vec{b}| = 6, \quad \vec{a}\wedge\vec{b} = \pi/3.$

Задание 5. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Задание 6. Найти скалярное произведение векторов $2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}$ и $5\vec{a} + 6\vec{b} + 7\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1, \quad |\vec{b}| = 2, \quad |\vec{c}| = 3, \quad \vec{a}\wedge\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{c} = \vec{b}\wedge\vec{c} = \frac{\pi}{3}.$

Практическое занятие №5. Метод координат на плоскости

Задача 1. Найти условия, определяющие каждую из заштрихованных фигур, изображенных на рисунке 1 (а, б, в). При этом предполагается, что точки, принадлежащие контурам фигур, принадлежат самим фигурам. Система координат для каждой фигуры указана на рисунках:



Задача 2. Установить вид фигуры Ф, которая в данной прямоугольной системе координат $O\vec{i}\vec{j}$ имеет уравнение $x^2 + y^2 = 4$.

Выполнить упражнения: 187, 194, 195, 196, 199, 202, 207.

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №6. Простейшие задачи в координатах

Задача 1. На плоскости дан правильный шестиугольник ABCDEF. Принимая точку A за начало координат и векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1$ и $\overrightarrow{AF} = \vec{e}_2$ за координатные векторы, найти координаты всех вершин и центра O шестиугольника.

Задача 2. Даны прямоугольные координаты точки M (1; $-\sqrt{3}$). Определить полярные координаты этой точки.

Упражнение №213.

Упражнение №222.
Упражнение №229.
Упражнение №260 (а, в, д).
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №7. Прямая на плоскости

Задание 1. Задано общее уравнение прямой $x - y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.
Задание 2. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 65 = 0$.
Требуется написать различные типы уравнений этой прямой: уравнение прямой в отрезках и уравнение прямой с угловым коэффициентом.
Задание 3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку А (-2, -3) и начало координат.
Задание 4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку А (1, 2) перпендикулярно вектору
$\vec{n}(3, -1)$.
Задание 5. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А (1, 2) и В (3, 4).
Задание 6. Найти уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{a}(1, -1)$ и проходящей через точку А (1, 2).
Задание 7. Записать уравнение прямой на плоскости, по начальной точке M_0 (-1; 4) и направляющему вектору $\vec{m}(3; 4)$.
Задание 8. Найти уравнение прямой на плоскости, проходящей через две точки В (3; 5), С (1; 2).
Задание 9. Записать уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом, если $\vec{m}(1; 5)$, а M_0 (3; -2).
Задание 10. Вывести уравнение прямой на плоскости, по начальной точке M_0 (4; -3) и вектору нормали $\vec{n}(2; 3)$.

Практическое занятие №8.

Выполнение заданий контрольной работы №1.
Тема контрольной работы: «Элементы векторной алгебры».

Практическое занятие №9.
Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми

Задание 1. Определить угол между прямыми: $y = -3x + 7$; $y = 2x + 1$.
Задание 2. Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны.
Задание 3. Даны вершины А (2;3), В (4;-1), С (0;-2) треугольника АВС. Найти:
1) длины сторон АВ, ВС, АС;
2) уравнения сторон;
3) углы треугольника.
Задание 4. В прямоугольной системе координат дана прямая l уравнением $7x+2y-5=0$. Найти расстояние от начала координат до прямой l.
Задание 5. Определить расстояние от точки М (3; -6) до прямой l : $4x-y-7=0$.
Задание 6. Дана прямая l в прямоугольной системе координат уравнением $3x-4y-2=0$.
Найти расстояние от начала координат до прямой l.

Задание 7. Составить уравнение прямой *l*, проходящей через точку пересечения прямых *a*: $x+2y-1=0$ и *b*: $2x+2y-3=0$ и перпендикулярной прямой *c*: $3x-y=0$.

Практическое занятие №10. Взаимное расположение двух прямых

Задание 1. Даны вершины треугольника **A (0; 1), B (6; 5), C (12; -1).**
Найти уравнение высоты, проведенной из вершины **C**.
Задание 2. Можно ли подобрать коэффициенты ***t*** и ***s*** так, чтобы прямые $3x-2y+1=0$ и $t\cdot x+s\cdot y-3=0$ совпадали?
Задание 3. Выяснить по одну или разные стороны от прямой ***l*: $2x-y+3=0$** находятся точки:
1) M_1 (-1, 3) и M_2 (0, 1);
2) M_1 (-4, -5) и M_2 (2, -1);
3) M_1 (2, 3) и M_2 (1, 1);
4) M_1 (-6, 0) и M_2 (4, -3);
5) M_1 (1, 2) и M_2 (3, 4);
Упражнение №377.
Упражнение №379 (а, б, д).
Упражнение №427.
Упражнение №428.
Упражнение №431.
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №11. Кривые второго порядка

Цель занятия: научиться выполнять построение геометрических фигур с помощью электронных таблиц Excel, с изменением исходных параметров фигуры.
Задание 1. Изобразить в электронных таблицах окружность, используя следующие параметры:
1) *a=0 , b=0 , R=5.*
2) *a=2 , b=3 , R=4.*
3) *a=1, b=4 , R=3.*
Для решения поставленной задачи необходимо использовать уравнение окружности в прямоугольных координатах:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2\ ,$$

где a и b - координаты центра окружности, R - радиус окружности.
Ответить на вопрос: Как изменяется расположение фигуры относительно начало отсчёта, в зависимости от изменения исходных параметров.
Задание 2. Изобразить в электронных таблицах окружность, используя значение радиуса *R=3.* Для решения поставленной задачи необходимо использовать уравнение окружности в параметрической форме:
$x=R\cdot\cos t\ , y=R\cdot\sin t$, *где t – угол, R - радиус окружности.*
Ответить на вопрос: Как изменяется расположение фигуры относительно начало отсчёта, в зависимости от изменения исходного параметра.
Задание 3. Изобразить в электронных таблицах эллипс, используя следующие параметры:
1) *a=4 , b=2.*
2) *a=3 , b=1.*
3) *a=6 , b=4.*

Для решения поставленной задачи необходимо использовать каноническое уравнение эллипса в декартовой системе координат:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ ,$$

где *a и b – изменяемые параметры.*
Ответить на вопрос: Как изменяется расположение фигуры относительно начало отсчёта, в зависимости от изменения исходных параметров.

Практическое занятие №12. Классификация кривых второго порядка

Цель занятия:
научиться выполнять построение кривых второго порядка с помощью электронных таблиц Excel, с изменением исходных параметров фигуры.

Задание 1. Изобразить в электронных таблицах гиперболу, используя следующие параметры:

1) *a=2 , b=3.*
2) *a=3 , b=4.*
3) *a=5 , b=2.*

Для решения поставленной задачи необходимо использовать каноническое уравнение гиперболы в декартовой системе координат:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

где *a и b – изменяемые параметры.*
Ответить на вопрос:
Как изменяется расположение фигуры относительно начало отсчёта, в зависимости от изменения исходных параметров.

Задание 2. Изобразить в электронных таблицах параболу, следующих видов:

1) $y^2=2px$;
2) $y^2=-2px$;
3) $x^2=2py$;
4) $x^2=-2py.$

где *p – изменяемый параметр.*
Ответить на вопрос:
Как изменяется расположение фигуры относительно начало отсчёта, в зависимости от изменения исходных параметров.

Практическое занятие №13.
Кривые второго порядка в разных системах координат

Цель занятия:
закрепление полученных знаний по выполнению построений кривых второго порядка, представленных в различных системах координат, с использованием электронных таблиц Excel.

Задание 1. Изобразить в электронных таблицах Excel разновидность кривой второго порядка – «мнимый эллипс», используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. Параметры подобрать самостоятельно**.**

Задание 2. Изобразить в электронных таблицах Excel разновидность кривой второго порядка – «пара пересекающихся прямых», используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$. Параметры подобрать самостоятельно.

Задание 3. Изобразить в электронных таблицах Excel разновидность кривой второго порядка – «пара мнимых пересекающихся прямых», используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$. Параметры подобрать самостоятельно.

Задание 4. Изобразить в электронных таблицах Excel разновидность кривой второго порядка – «пара параллельных прямых», используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $y^2 - a^2 = 0$. Параметры подобрать самостоятельно.

Задание 5. Получить уравнение эллипса в полярных координатах, если задано каноническое уравнение эллипса: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Задание 6. Изобразить, если это возможно любую разновидность кривой второго порядка (эллипс, гипербола, парабола) в полярных системах координат, используя каноническое уравнение кривой второго порядка в полярных координатах:
$r \cdot (1 - \varepsilon \cdot cos\varphi) = p$. Параметры подобрать самостоятельно.

Практическое занятие №14.
Построение геометрических фигур с помощью виртуальных конструкторов

Цель занятия:
изучить основные команды и возможности виртуального конструктора «Живая геометрия», и интерактивной геометрической среды «GeoGebra», а также научиться выполнять построения геометрических объектов, изучать свойства и особенности геометрических фигур с помощью данных программ.

Интерактивная геометрическая среда «GeoGebra»

Задание 1. Изучить интерфейс программы: меню, вкладки, настройки, режимы работы, инструменты.

Задание 2.Записать основные команды и возможности программы.

Задание 3. Изучить принципы построения точек, отрезков, простейших геометрических фигур (треугольник, квадрат, прямоугольник, параллелограмм, трапеция, окружность).

Задание 4. Учитывая возможности программы, создать математическую модель с помощью виртуального конструктора (например, построение кривых второго порядка: эллипса, гиперболы, параболы; плоских и объёмных фигур; динамических моделей).

Задание 5. Создать динамическую модель построения в виртуальном конструкторе любых трёх пространственных фигур: призма, параллелепипед, цилиндр, конус, пирамида, тетраэдр, шар.

Задание 6. Построить сечение для каждой выбранной фигуры с описанием алгоритма.

Виртуальный конструктор «Живая геометрия»

Задание 1. Определить и записать основные команды и возможности виртуального конструктора «Живая геометрия».

Задание 2. Ввести основные термины и обозначения, которые используются в программе.

Задание 3. Изучить принципы построения точек, отрезков, простейших геометрических фигур (треугольник, квадрат, прямоугольник, окружность).

Задание 4. Изучить команды построения фигур.

Задание 5. Выведение на экран имен отрезков и точек, создание надписей и получения результатов измерений.

Задание 6. Научиться вводить сценарии, для того чтобы записывать последовательность действий и воспроизводить сценарии.
Задание 7. Изучить команду «Преобразование», для того чтобы сдвигать, поворачивать и растягивать объекты.
Задание 8. Научиться усложнять сценарии, чтобы вставлять существующие геометрические объекты в сценарии и использовать дополнительные операции воспроизведения.

Практическое занятие №15.
Выполнение заданий контрольной работы №2.
Тема контрольной работы: «Аналитическая геометрия плоскости».

Практическое занятие №16.
Тестирование

После завершения изучения раздела «Аналитическая геометрия плоскости» на 1 курсе в 1 семестре предусмотрено семестровое тестирование, для определения уровня освоения дисциплины на данном этапе. Каждое правильно выполненное задание тестирования оценивается по определенным критериям, которые приведены в фонде оценочных средств.

1 курс 2 семестр
Практическое занятие №1. Метод координат в пространстве

Задача №1.
В аффинной системе координат даны две точки A (x_1, y_1, z_1) и B (x_2, y_2, z_2).
Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.

Задача №2.
В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ даны две точки A (x_1, y_1, z_1) и B (x_2, y_2, z_2).
Найти координаты точки C, которая делит отрезок AB в отношении λ (λ ≠ - 1) .

Задача №3.
В прямоугольной системе координат $O_{\vec{i},\vec{j},\vec{k}}$ точки M и N имеют координаты M (x_1, y_1, z_1) и N (x_2, y_2, z_2). Необходимо вычислить расстояние между этими точками.

Задача №4. Выполнить упражнение №984.
Задача №5. Выполнить упражнение №985.
Задача №6. Выполнить упражнение №986.
Задача №7. Выполнить упражнение №989 (а, б, в).
Задача №8. Выполнить упражнение №990 (а, в).
Задача №9. Выполнить упражнение №998.
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №2. Простейшие задачи в координатах

Задача №1.
На прямой взяты последовательно точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, для которых: $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$.

Зная координаты точек A_3 (-1; 5; 9) и A_5 (-2; 3; 7) в общей декартовой системе координат, определить отношения, в которых точки A_1, A_2, A_4 делят отрезок A_3A_5 , а также координаты этих точек.

Задача №2.

В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ даны две точки А (3; 5; 1) и В (-2; 6; 3).

Найти координаты точки С, которая делит отрезок АВ в отношении λ:

1) AB=2AC; 2) 4AB=AC; 3) AB=3AC; 4) 5AB=AC.

Задача №3. Выполнить упражнение №999.

Задача №4. Выполнить упражнение №1000.

Задача №5. Выполнить упражнение №1006 (а, б, в, г).

Задача №6. Выполнить упражнение №1009 (а, б, в, г).

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №3. Задачи на построение. Векторное и смешанное произведения векторов

1 часть. Задачи на построение.

Задача №1. В прямоугольной системе координат $O_{\vec{i},\vec{j},\vec{k}}$ даны четыре координаты вершин куба (0; 0; 0), (4; 0; 0), (0; 4; 0), (0; 0; 4). Найти все остальные вершины куба.

Задача №2. В прямоугольной системе координат $O_{\vec{i},\vec{j},\vec{k}}$ даны четыре координаты вершин параллелепипеда (0; 0; 0), (2; 0; 0), (0; 3; 0), (0; 0; 4). Найти все остальные вершины параллелепипеда и месторасположение точки А (2; 3; 4).

Задача №3. В прямоугольной системе координат $O_{\vec{i},\vec{j},\vec{k}}$ задать произвольно точку В. Найти координаты точки В (x, y, z). Рассмотреть 3 разных случая расположения точки.

2 часть. Задачи на повторение.

Задача №4. Найти $(4\vec{a} + 2\vec{b})\bullet(3\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Задача №5. Найти скалярное произведение векторов $4\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$ и $3\vec{a} + 2\vec{b} + 7\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 2$, $\vec{a}\wedge\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{c} = \vec{b}\wedge\vec{c} = \frac{\pi}{6}$.

3 часть. Векторное и смешанное произведение векторов.

Задача №6. Определить координаты и модули векторов:

1) $[\vec{a},\vec{b}]$, **2)** $[\vec{a},\vec{d}]$, **3)** $[\vec{a},\vec{c}]$, **4)** $[\vec{c},\vec{b}]$, **5)** $[\vec{d},\vec{b}]$, если

$\vec{a}$ (1; 2; 3), $\vec{b}$ (-1; 0; 3), $\vec{c}$ (2; 1; -1), $\vec{d}$ (3; 2; 2).

Выполнить упражнения: №1012 (а, б), №1015 (а, б), №1024, №1032.

Практическое занятие №4. Векторное и смешанное произведения векторов

Выполнить упражнения: **№1013 (а, б, в, г), №1014, №1022, № 1023, №1026 (а, в, д), №1033 (а, б, в, г).**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №5. Плоскость в пространстве

Задача №1. В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ заданы своими координатами точка M_0(-2; 4; 5) и два неколлинеарных вектора: $\vec{a}$(1; -2; 3), $\vec{b}$ (-1; 4; 3). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 и имеющей направляющее подпространство L ($\vec{a}$, $\vec{b}$).

Задача №2. Предположим, что три точки A, B, C не лежат на одной прямой. Написать уравнение плоскости π, проходящей через три не лежащие на одной прямой точки A, B, C, заданные своими координатами в некоторой аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$: A(-1; 3; -4) B(2; 3; 6), C(-1; -3; 2). Доказать что эти точки не лежат на одной прямой.

Задача №3. В прямоугольной системе координат заданы своими координатами точка M_0(3; 2; 7) и ненулевой вектор $\vec{n}$(2; 5; 1). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 перпендикулярно вектору $\vec{n}$.

Задача №4. Найти уравнение плоскости, проходящей через две точки P(2; 0; -1) и Q(1; -1; 3) перпендикулярно плоскости $3x + 2y – z + 5 = 0$. Вектор нормали $\overrightarrow{N}$(3; 2; -1) к плоскости $3x + 2y – z + 5 = 0$ параллелен искомой плоскости.

Задача №5. Найти уравнение плоскости, зная, что точка P(4; -3; 12) – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

Выполнить упражнения: **№1058, №1059, №1060, №1062 (а, б, в), №1063(а).**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №6. Взаимное расположение плоскостей

Повторение. Уравнение плоскости по начальной точке и направляющим векторам, по трём точкам, параметрические уравнения, общее уравнение.

Выполнить упражнения: **№1063(б); №1067; №1069; №1077; №1079; №1081; №1083; №1085 (а, б); №1087 (а); №1089.**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями

Повторение. Уравнение плоскости по начальной точке и вектору нормали. Взаимное расположение двух и трёх плоскостей.

Выполнить упражнения: **№1113 (а, б, в, г), №1114(а), №1116 (а, б), № 1117 (а, б), № 1120, №1122 (а, в), №1130.**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №8.

Выполнение заданий контрольной работы №1.

Тема контрольной работы: «Аналитическая геометрия пространства».

Практическое занятие №9. Сочетание прямых и плоскостей в пространстве

Задание 1.

Составить параметрические уравнения прямой $l:\begin{cases}x-3y+z+1=0,\\2x+5y-3=0.\end{cases}$

Задание 2.

Установить взаимное расположение следующих пар прямых в пространстве:

$$l_1:\begin{cases}x=1-7t,\\y=4+3t,\\z=3-3t.\end{cases}\quad l_2:\begin{cases}x=-2-5t,\\y=5+2t,\\z=-2+4t.\end{cases}$$

Задание 3.

Определить при каком значении D прямая $l:\begin{cases}x-y-8z+D=0\\x-9y-z+2=0\end{cases}$ пересекает оси: O*x*, O*y*, *Oz*.

Задание 4.

Найти прямую, проходящую через точку M_0 (-2, -5, 1) и перпендикулярно к прямым

$l_1:\frac{x+3}{4}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{5}$, $l_2:\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{5}$

Задание 5.

Найти каноническое уравнение прямой l_1, которая проходит через точку $M_0(2, -3, 4)$ параллельно плоскости $\pi: x+y+2z+5=0$ и пересекает прямую $l_2:\frac{x+3}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-2}{4}$.

Практическое занятие №10. Прямая в пространстве

Выполнить упражнения: **№ 1131 (а, б), № 1132 (а), № 1133, № 1134 (а, б), № 1135, № 1136 (а, в), № 1138, № 1139, № 1140 (а, в), № 1142.**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №11. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

Повторение.

Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Выполнить упражнения: **№ 1137 (а), № 1143 (а), № 1144, № 1145, № 1146, № 1147, № 1149, № 1150, № 1152.**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №12. Метрические задачи на сочетание прямых и плоскостей в пространстве. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве

Выполнить упражнения: **№ 1153 (а), № 1156, № 1157, № 1162, № 1163, № 1166, № 1167, № 1168, № 1169.**

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Задача №1. Найти каноническое уравнение прямой, которая проходит через точку $M_0(3,-2,-4)$ параллельно плоскости $\pi: 3x-2y-3z-7=0$ и пересекает прямую $l: \frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$.

Задача №2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2,-5,-3)$ параллельно двум прямым с направляющими векторами $\vec{m}(1, 4, 3), \vec{n}(-3, -2, 4)$.

Задача №3. Найти уравнение общего перпендикуляра L к прямым $l_1: \frac{x-2}{-4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+9}{9}$ и $l_2: \frac{x+5}{7}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z-9}{3}$.

Задача №4. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $l: \frac{x+4}{4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-4}{-7}$ перпендикулярно плоскости $\pi: 5x+y-3z+9=0$.

Задача №5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-6,4,-7)$, перпендикулярно двум заданным плоскостям: $\pi_1: 8x+3y-z-5=0$, $\pi_2: x-4y+7z-7=0$.

Задача №6. Найти уравнение прямой, проходящей перпендикулярно прямой $l_1: \frac{x-3}{-6}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z+5}{2}$ через точку $M_0(-8,-2,5)$ не принадлежащую прямой l_1.

Задача №7. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(5,-2,4)$ и прямую $l: \frac{x+2}{5}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-6}{5}$.

Задача №8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-7,4,-3)$ перпендикулярно плоскости $\pi: x-4y+3z-7=0$.

Задача №9. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(5,-4,2)$ перпендикулярно прямой $l: \frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-5}{5}$.

Задача №10. Найти каноническое уравнение прямой заданной уравнениями двух плоскостей
$\begin{cases} x-8y+3z-9=0, \\ 5x+4y-2z-1=0. \end{cases}$

Задача №11. Выяснить как расположены точки A(-5,2,-2) и B(3,-4,7) от плоскости $\pi: 4x+3y-7z+4=0$.

Задача №12. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-7,4,3)$ параллельно плоскости $\pi: x-8y+3z-5=0$.

Практическое занятие №13. Поверхности второго порядка.

Постановка задачи:

Исследовать поверхности первого и второго порядка в пространстве, с помощью электронных таблиц Microsoft Office Excel и/или интерактивной геометрической среды GeoGebra, по заданным параметрам, методом сечений.

Задача №1. Изобразить плоскость заданную уравнением $\pi:\ Ax+By+Cz+D=0$, если:

1) $z=15$;
2) $z=-4$;
3) $z=0$.

Задача №2. Изобразить две плоскости заданные уравнениями:

1) $\pi_1: x-3y+z+1=0,\ \pi_2: 2x+y-4z+2=0.$
2) $\pi_1: 5x+2y-z+1=0,\ \pi_2: 5x+2y-z+3=0.$

Установить их взаимное расположение в пространстве. Выполнить поворот объёмных фигур, относительно осей Оx, Оy . Изменить перспективу поверхности. Выяснить, возможно, или нет, на одном графике расположить сразу обе плоскости?

Задача №3. Изобразить верхнюю и нижнюю часть сферы, заданной общим уравнением: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$. Параметры a, b, c, r , интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей Оx, Оy . Изменить перспективу поверхности. При необходимости изменить параметры фигуры. Выяснить, возможно, или нет, на одном графике расположить сразу всю сферу?

Задача №4. Изобразить верхнюю и нижнюю часть конической поверхности второго порядка, заданной своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0.$ Параметры a, b, c , интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно, с условием, что $a\neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей Оx, Оy . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №5. Изобразить верхнюю и нижнюю часть круговой конической поверхности второго порядка (кругового конуса), заданной своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0.$ Параметры a, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей Оx, Оy . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Отчёт по работе должен содержать:

1. Постановку задачи.
2. Исходные формулы, и параметры, необходимые для построения поверхностей.
3. Графики полученных поверхностей, в разных положениях.
4. Ответы на вопросы заданий.

Практическое занятие №14.
Изучение поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям

Цель занятия:

Исследовать поверхности второго порядка по их каноническим уравнениями, используя электронные таблицы Microsoft Office Excel и интерактивную геометрическую среду GeoGebra.

Задача №1. Изобразить эллипсоид заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$ Параметры a, b, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно с условием, что $a \neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №2. Изобразить эллипсоид вращения заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$ Параметры a, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №3. Изобразить однополостный гиперболоид заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$ Параметры a, b, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно с условием, что $a \neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №4. Изобразить однополостный гиперболоид вращения заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$ Параметры a, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №5. Изобразить двуполостный гиперболоид заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$ Параметры a, b, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно с условием, что $a \neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №6. Изобразить двуполостный гиперболоид вращения заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$ Параметры a, c, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Отчёт по практическому занятию должен содержать:

1. Постановку цели.
2. Исходные формулы, и параметры, необходимые для построения поверхностей.
3. Графики полученных поверхностей в разных программах.
4. Ответы на вопросы заданий.

Практическое занятие №15. Параболоиды.

Постановка задачи:

Исследовать поверхности второго порядка в пространстве с помощью электронных таблиц Microsoft Office Excel и/или интерактивной геометрической среды GeoGebra методом сечений.

Задача №1. Изобразить эллиптический параболоид, заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z.$ Параметры a, b, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно, с условием, что $a \neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №2. Возможно ли, изобразить эллиптический параболоид, так чтобы по заданным исходным данным верхняя и нижняя грани поменялись местами? Если это возможно, то показать график новой поверхности.

Задача №3. Подобрать параметры так, чтобы из эллиптического параболоида получился цилиндр.

Задача №4. Изобразить эллиптический параболоид вращения, заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=2z.$ Параметр a, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №5. Изобразить гиперболический параболоид, заданный своим каноническим уравнением: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z.$ Параметры a, b, интервал значений x, y и шаг h подобрать самостоятельно, с условием, что $a \neq b$. Выполнить поворот объёмной фигуры, относительно осей О*x*, О*y* . Изменить перспективу поверхности. Изменить параметры фигуры. Сделать вывод, относительно полученных результатов.

Задача №6. Возможно ли, изобразить гиперболический параболоид, так чтобы по заданным исходным данным верхняя и нижняя грани поменялись местами? Если это возможно, то показать график новой поверхности.

Задача №7. Подобрать параметры так, чтобы из гиперболического параболоида получился цилиндр.

Задача №8. Что изменится, что например параметр a, из канонического уравнения гиперболического параболоида взять меньше единицы?

Отчёт по работе должен содержать:

1. Постановку задачи.
2. Исходные формулы, и параметры, необходимые для построения поверхностей.
3. Графики полученных поверхностей, в разных положениях.
4. Ответы на вопросы заданий.

Практическое занятие №16.

Выполнение заданий контрольной работы №2.

Тема контрольной работы: «Прямая и плоскость в пространстве».

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Практическое занятие №17.
Тестирование

После завершения изучения раздела «Аналитическая геометрия пространства» на 1 курсе во 2 семестре предусмотрено семестровое тестирование, как оценочное средство для промежуточного контроля, с целью определения уровня освоения дисциплины на данном этапе. Каждое правильно выполненное задание тестирования оценивается по определенным критериям, которые приведены в фонде оценочных средств.

2 курс 3 семестр
Практическое занятие №1. «Проективное пространство»

Задание №1. *Доказать первое свойство расширенного пространства:*
«Две различные прямые в одной плоскости имеют единственную точку (собственную или несобственную)».
Задание №2. *Доказать второе свойство расширенного пространства:*
«Любые две различные плоскости всегда пересекаются по прямой, то есть имеют общую собственную или несобственную прямую».
Задание №3. *Доказать третье свойство расширенного пространства:*
«Любая прямая, не лежащая в плоскости, пересекает плоскость, то есть имеет с ней общую собственную или несобственную точку».
Задание №4. *Доказать первое свойство взаимного расположения точек, прямых и плоскостей трёхмерного проективного пространства.*
Задание №5. *Доказать второе свойство взаимного расположения точек, прямых и плоскостей трёхмерного проективного пространства.*
Задание №6. *Доказать третье свойство взаимного расположения точек, прямых и плоскостей трёхмерного проективного пространства.*
Задание №7. *Доказать четвёртое свойство взаимного расположения точек, прямых и плоскостей трёхмерного проективного пространства.*
Задание №8. *Доказать утверждение:*
«Проективная прямая содержит по крайней мере три точки».

Практическое занятие №2. «Проективные системы координат»

Задание №1.
Доказать Лемму 1 из пункта «Проективная система координат на проективной плоскости».
Задание №2.
Доказать, что упорядоченная четвёрка точек общего положения A_1, A_2, A_3, E в проективной системе координат, имеет координаты: $A_1(1,0,0)$, $A_2(0,1,0)$, $A_3(0,0,1)$, $E(1,1,1)$.
Задание №3.
Доказать Лемму 2 из пункта «Проективная система координат на проективной плоскости».
Задание №4.
Доказать Теорему 1 из пункта «Проективная система координат на проективной плоскости».
Задание №5.
На плоскости дана проективная система координат $R=(A_1,A_2,A_3,E)$.
Построить точки по их координатам в данной системе $R=(A_1,A_2,A_3,E)$, если:

1) P (1, 2, 1);
2) Q (1, -1, 1);
3) K (0, 1, -1).

Задание №6.

На прямой дана проективная система координат R=(A_1,A_2,E).
Построить точки по их координатам в данной системе R=(A_1,A_2,E), если:
1) X (1, 2);
2) A (1, -3).

Практическое занятие №3. «Преобразования координат точек»

Задание №1. Записать формулы преобразования координат точек проективной плоскости, если матрица перехода от репера R к реперу R′ имеет вид: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание №2. Записать формулы преобразования координат точек проективной прямой, если матрица перехода от репера R к реперу R′ имеет вид: $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 6 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание №3. Записать уравнения координатных прямых A_1A_2, A_2A_3, A_3A_1 данного репера R=(A_1,A_2,A_3,E).

Задание №4. Записать координаты координатных прямых A_1A_2, A_2A_3, A_3A_1 данного репера R=(A_1,A_2,A_3,E).

Задание №5. Найти общее уравнение и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки
A (-2, 0, 1) и B (3, -2, 1).

Задание №6. Найти точку пересечения прямых: $2x_1+x_2+x_3=0$ и $3x_1+3x_2+2x_3=0$.

Задание №7. Даны точки A (6, 1, 10), B (1, 0, 0), C (2, 3, 4), D (4, -1, 2). Найти точку $X = AB \bigcap CD$.

Задание №8. Даны 3 точки A (0, 1, -1), C (-4, 2, -1), D (0, 1, 0) и прямая b своим уравнением: $x_1+x_2-3x_3=0$. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A и B, если $B = b \bigcap CD$.

Практическое занятие №4.

Выполнение заданий контрольной работы №1.
Тема контрольной работы: «Проективная геометрия на проективной плоскости и на проективной прямой».

Практическое занятие №4. «Основные факты проективной геометрии»
(самостоятельная работа)

Задание №1.

Упражнение №1132 (Базылев В.Т. Сборник задач по геометрии: Учебное пособие для студентов мат. и физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.Т. Базылев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая и др.; Под. ред. В.Т. Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.).

Задание №2.

Упражнение №1137 (Базылев В.Т. Сборник задач по геометрии: Учебное пособие для студентов мат. и физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.Т. Базылев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая и др.; Под. ред. В.Т. Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.).

Задание №3.

Даны прямые l и l_1 . Точки A, B, C инцидентны прямой l , а точки A_1, B_1, C_1 инцидентны прямой l_1. Прямые AA_1, BB_1, CC_1 инцидентны точке S. Доказать, что точки $Q = l \cap l_1$, $P = A_1B \cap AB_1$, $R = BC_1 \cap B_1C$ коллинеарны.

Задание №4.

Сделать чертёж конфигурации Дезарга в случае, когда одна из вершин одного из трёхвершинников несобственная.

Задание №5.

Рассмотреть частные случаи конфигурации Дезарга на расширенной плоскости, если:

1) Дезаргова ось – несобственная прямая.

2) Дезаргов центр – несобственная точка.

Задание №6.

Рассмотреть случай теоремы Дезарга, когда данные трёхвершинники лежат в разных плоскостях трёхмерного проективного пространства.

Практическое занятие №5.

Сложное отношение четырёх точек прямой. Сложное отношение четырёх прямых пучка. Проективные отображения и преобразования.

Задание №1. Даны точки A (1, -1, -5), C (1, 2, 1), D (0, 1, 2). Доказать, что эти инцидентны одной прямой и найти координаты точки B $\in l$, если (AB, CD)=6.

Задание №2.

Доказать, что прямые, заданные координатами a (0, 1, -1), b (1, 2, -1), c (1, 1, 0), d (4, 9, -5) принадлежат одному пучку и найти их сложное отношение (ab, cd).

Задание №3.

Прямые a, b, c, d принадлежат одному пучку и $(ab, cd) = \frac{1}{6}$. Найти уравнение прямой a если b: $x_1 - 2x_2 - x_3 = 0$, c: $2x_1 - x_2 + x_3 = 0$, а прямая d проходит через точку E (1, 1, 1).

Задание №4.

Упражнение №99 (Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. 176 с.).

Задание №5.

Убедившись в инцидентности прямых a (2, 1, 1), b (0, 1, 3), c (1, 0, -1) одному пучку, найти прямую d (d_1, d_2, d_3) этого пучка, если $(ab, cd) = -2$.

Задание №6.

Доказать первое свойство проективных преобразований.

Задание №7.

Доказать третье свойство проективных преобразований.

Практическое занятие №6.

Проективные отображения и преобразования. Гомологии.

Задание №1.

На расширенной прямой даны три точки A, B, C. Построить четвёртую гармоническую точку D для точек A, B, C (то есть такую точку D, что (AB, CD)= - 1.

Задание №2.

На расширенной плоскости даны две параллельные прямые a и b и отрезок AB на прямой a. С помощью одной линейки построить середину C отрезка AB.

Задание №3.

В проективном отображении f : $l \to l'$ репер R=(A, B, C) переходит в репер R′=(A′, B′, C′). Построить образ произвольной точки прямой l.

Задание №4.
Рассмотреть следующие примеры гомологий:
1) Центр – собственная точка, ось несобственная прямая.
2) Центр и ось гомологии – собственные.
3) Центр – несобственная точка, ось – собственная прямая.

Задание №5.
Даны две параллельные прямые *a* и *b* и отрезок АВ на прямой *a*. С помощью одной линейки разделить отрезок АВ на три равные части.

Практическое занятие №7.
Центральное и параллельное проектирование

Цель занятия:
Научиться изображать плоские фигуры (многоугольники) в параллельной проекции с помощью виртуального конструктора «GeoGebra Geometry», и изучать свойства и особенности геометрических фигур с помощью виртуального конструктора.

Задание №1.
Выполнить изображения плоских фигур (многоугольников) в параллельной проекции:
1. Треугольник.
2. Четырёхугольник.
3. Параллелограмм.
4. Трапеция.
5. Многоугольник (n-угольник).
6 Окружность.

Задание №2. Доказать теорему Паскаля, используя графический метод.
Задание №3. Доказать теорему Брианшона, используя графический метод.
Задание №4. Даны пять точек общего положения и прямая, проходящую через одну из них и не проходящая через остальные точки. Построить вторую точку пересечения данной прямой с овальной линией γ, проходящей через данные пять точек.

Практическое занятие №8.
Выполнение заданий контрольной работы №2.
Тема контрольной работы: «Задачи на проекционном чертеже».

Практическое занятие №8. Аксонометрия
(самостоятельная работа)

Задание 1. С помощью виртуального конструктора «GeoGebra Geometry» изобразить следующие пространственные фигуры (многогранники) в параллельной проекции: призма, параллелепипед, цилиндр, конус, пирамида, тетраэдр, шар.
Примечание:
1. Для построения необходимо использовать метод параллельного проектирования.
2. Учитывать свойства движений, а также особенности и свойства самих пространственных фигур.

Задание 2. С помощью виртуального конструктора «GeoGebra Geometry» выполнить проецирование параллелепипеда на плоскость изображений методом аксонометрического проектирования.
Задание 3. С помощью виртуального конструктора «GeoGebra Geometry» выполнить три вида аксонометрических проекций: триметрическая, диметрическая, изометрическая. Объект проецирования выбрать самостоятельно.

Практическое занятие №9.
Позиционные и метрические задачи на проекционном чертеже

Задание 1. Построение плоских сечений многогранников с помощью метода внутреннего проектирования:

1. Построить сечение четырёхугольной призмы $ABCDA'B'C'D'$ плоскостью $\beta = PQR\,(P'Q'R')$.

2. Построить сечение четырёхугольной пирамиды $SABCD$. Точки $P \in ASB$ $Q \in BSC$ $R \in DSC$ лежат на этих гранях. Построить сечение плоскостью $\beta = PQR\,(P'Q'R')$.

Задание 2. Построение плоских сечений многогранников с помощью метода следов:
Построить сечение четырёхугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью β заданной следом в плоскости α.

2 курс 4 семестр

Практическое занятие №1. «Элементы топологии. Непрерывность и гомеоморфизм»

Задание 1.
Привести примеры топологических пространств.

Задание 2.
Привести примеры метрических пространств.

Задание 3.
Пусть (X, J) – топологическое пространство.

1) Докажите, что пересечение любого семейства замкнутых множеств является замкнутым множеством.
2) Докажите, что объединение конечного семейства замкнутых множеств является замкнутым множеством.
3) Покажите, что всё пространство, а также пустое множество являются замкнутыми множествами.

Задание 4.
Приведите пример двух непересекающихся замкнутых множеств прямой (плоскости), расстояние между которыми равно нулю.

Задание 5.
Доказать, что любое непустое открытое множество на числовой прямой R^1 представляет собой объединение конечной или счётной совокупности попарно непересекающихся интервалов (ограниченных и неограниченных).

Задания 6-8.
Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).

Задание 6.
Выполнить упражнение 1174.

Задание 7.
Выполнить упражнение 1175.

Задание 8.
Выполнить упражнение 1188.

Задание 9.
Каждое ли открытое отображение одного пространства на другое замкнуто?

Задание 10.
Каждое ли замкнутое отображение одного пространства на другое открыто?

Задание 11.
Докажите, что всякое открытое подмножество в $\mathbb{R}^n$ можно представить в виде объединения счётного числа замкнутых множеств.
Задание 12.
Пусть A и B - подмножества в $\mathbb{R}$. Докажите, что подмножество $A \times B$ в $\mathbb{R}^2$ замкнуто тогда и только тогда, когда оба подмножества A и B замкнуты.
Задание 13.
Пусть C – замкнутое подмножество в $\mathbb{R}^n$. Докажите, что существует такая последовательность $x_n \in C$, что любую точку множества C можно получить в качестве частичного предела этой последовательности.

Практическое занятие №2. «Теория кривых. Кривизна кривой»

Задание 1.
Привести примеры простейших элементарных кривых и выполнить их построение
(не менее 8 примеров).
Задание 2. Окружность радиуса r катится без скольжения по окружности радиуса R, оставаясь вне её. Составить уравнение траектории точки P, жестко связанной с подвижной окружностью и находящейся на расстоянии d от её центра (эпициклоида, укороченная эпициклоида, удлинённая эпициклоида для случаев d=r, d<r, d>r, соответственно).
Задание 3.
Изобразить касательную прямую к отрезку, которая в любой точке совпадает с прямой, на которой лежит этот отрезок.
Задание 4.
Изобразить касательную к дуге окружности, которая совпадает с обычной касательной к самой окружности.
Задание 5.
Изобразить касательную к графику гладкой функции в точке и записать ей уравнение.
Задания 6-9.
Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Задание 6.
Выполнить упражнение 953.
Задание 7.
Выполнить упражнение 954.
Задание 8.
Выполнить упражнение 958.
Задание 9. Выполнить упражнение 961.
Задания 10-15: Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: №998, №1001, №1004, №1005, №1006
Задание 16.
На плоскости в полярных координатах дана кардиоида
$\rho = a \cdot (1 - cos\varphi), a > 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$
Задание 17.
В произвольной точке линии $\vec{r}(t) = (cos^3 t,\ sin^3 t, cos2t)$ найти кривизну и кручение.

Практическое занятие №3. «Теория поверхностей»

Задание 1.
Привести примеры элементарных поверхностей.
Задание 2.
Написать уравнение касательной плоскости и нормали прямого геликоида, заданного уравнениями $x = u \cdot \cos v$, $y = u \cdot \sin v$, $z = b \cdot v$, *где* $b > 0$, $(u, v) \in R^2$ в точке $M_0(u_0, v_0)$.
Задание 3.
Написать уравнение касательной плоскости к эллипсоиду, заданному каноническим уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.
Задания 4-7: Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: №1056, №1057, №1058, №1063.

Практическое занятие №4. «Квадратичные формы поверхностей»

Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: №1084, №1095, №1131, №1135.

Практическое занятие №5. «Кривизна кривой на поверхности. Внутренняя геометрия поверхности»

1. Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: №1137, №1138(а), №1138(б).

2. Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения:
№1151, №1152, №1154, №1157, №1161
Записать деривационные формулы Вейнгартена.

Практическое занятие №6.

Выполнение заданий контрольной работы №1.
Тема контрольной работы: «Дифференциальная геометрия»

Практическое занятие №6. «Геодезическая кривизна кривой на поверхности» (самостоятельная работа)

Задание 1.
Доказать, что прямые линии и только они являются геодезическими на плоскости.
Задание 2.
Показать, что большие окружности, и только они являются геодезическими на сфере.
Задание 3.
Установить, что является геодезическими линиями на цилиндре.

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ

Практическое занятие №7.
«Начала» Евклида. Пятый постулат.
Аксиоматика Гильберта.

«Начала» Евклида. Пятый постулат.

Задание 1.

Сформулировать определение параллельных прямых по Евклиду.

Задание 2.

Доказать Лемму:

Если при пересечении двух прямых секущей, накрест лежащие углы (или соответственные углы) равны, то прямые не пересекаются.

Задание 3.

Доказать первый эквивалент пятого постулата:

«Если имеет место пятый постулат, то через каждую точку, не лежащую на прямой, проходит одна прямая параллельная данной»

Задание 4.

Доказать обратное:

«Если принять, что через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной, то справедлив 5 постулат»

Задание 5.

Доказать второй эквивалент пятого постулата:

«Сумма углов любого треугольника равна 2d»

Задание 6.

Сформулировать несколько дополнительных эквивалентов (4-5).

Аксиоматика Гильберта.

Задание 1.

Изучить аксиоматику Гильберта. 1 группа аксиом. Следствия (формулировка и доказательство).

Задание 2.

Изучить аксиоматику Гильберта. 2 группа аксиом. Следствия (формулировка и доказательство).

Задание 3.

Изучить аксиоматику Гильберта. 3 группа аксиом. Следствия 1-6 (формулировка и доказательство).

Задание 4.

Изучить аксиоматику Гильберта. 4 группа аксиом.

Задание 5.

Изучить аксиоматику Гильберта. 5 группа аксиом.

Задание 6. На основании аксиомы линейной полноты, необходимо вывести «теорему полноты».

Практическое занятие №8.
Плоскость Лобачевского. Функция Лобачевского. Линии постоянной кривизны на плоскости Лобачевского

Задание 1.

Сформулировать и доказать ряд основных теорем плоскости геометрии Лобачевского.

Задание 2.

Изучить основной вопрос на плоскости Лобачевского:

«Свойства параллельных прямых».

Задание 3.

Сформулировать определение функции Лобачевского.

Задание 4.

Изучить вопрос: «Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского».

Задание 5.

Изучить вопрос: «Взаимное расположение расходящихся прямых на плоскости Лобачевского».

Задания 6-7: Выполнить упражнения **№902, №903** из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.)

Задание 8. Изобразить на плоскости Лобачевского три вида пучков: пучок пересекающихся прямых, пучок расходящихся прямых, пучок параллельных прямых.

Задание 9. Записать условие, когда точка А будет называться обыкновенной, относительно пучка первого вида.

Задание 10. Записать условие, когда точка А будет называться обыкновенной, относительно пучка второго вида.

Задание 11. Дать определение траектории пучка.

Задание 12. Что является траекторией порождающей точку А, в случае пучка первого вида? Дать определение и изобразить графически.

Задание 13. Что является траекторией пучка второго вида? Дать определение и изобразить графически.

Задание 14. Что является траекторией пучка третьего вида? Дать определение и изобразить графически.

Задание 15. Изучить свойства всех видов траекторий.

Задание 16. Вырожденные треугольники на плоскости Лобачевского.
Виды вырожденных треугольников. Определения и графическое изображение.

Практическое занятие №9.

Выполнение заданий контрольной работы №2.
Тема контрольной работы: «Основания геометрии»

Практическое занятие №9.
Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля.
Прямая и плоскость в аксиоматике Вейля
(самостоятельно)

Задание 1.

Сформулировать и ввести основные понятия аксиоматики Вейля: основные множества, основные отношения.

Задание 2.

Сформулировать и записать с помощью математических символов основные аксиомы аксиоматики Вейля.

Задание 3.

Доказать непротиворечивость системы аксиом Вейля евклидовой геометрии.

Задание 4.

Доказать теорему косинусов с помощью аксиоматики Вейля.

Задание 5. Прямая в аксиоматике Вейля.

Определение. Обозначение. Изображение. Показать, что прямая однозначно определяется любыми двумя различными точками.

Задание 6. Плоскость в аксиоматике Вейля.

Определение. Обозначение. Изображение. Показать, что плоскость однозначно определяется любыми своими тремя точками не принадлежащими одной прямой.

Задание 7. Прямая и плоскость в аксиоматике Вейля.

Сформулировать основные определения:

1) две прямые называются параллельными …
2) две прямые называются перпендикулярными …
3) вектор называется перпендикулярным к плоскости, если …
4) прямые называются перпендикулярными плоскости, если …
5) две плоскости называются параллельными, если …

Аксиоматика Погорелова школьного курса геометрии
(самостоятельно)

Задание 1.

Арифметическая модель аксиоматики Погорелова. Проверка аксиом 1 и 2 групп.

Задание 2.

Арифметическая модель аксиоматики Погорелова. Аксиомы 3 группы.

Задание 3.

Арифметическая модель аксиоматики Погорелова. Проверка аксиом 4-6 групп.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

Задания для самостоятельного выполнения

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту в каждом семестре предлагается выполнить перечень самостоятельных работ, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

1 курс 1 семестр

Самостоятельная работа №1.

1. Выполнить упражнение №5 (б, г).
2. Выполнить упражнение №7 (б, в).
3. Выполнить упражнение №22 (б).
4. Задача: Лодка движется от одного берега к другому со скоростью $\vec{V_1}$. Скорость течения реки $\vec{V_2}$. Какова истинная скорость движения лодки?

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №2.

Задание 1. На прямой дана последовательность следующих друг за другом точек:
$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{16}$, для которых $A_1A_2 = A_2A_3 = A_{15}A_{16}$. Определить отношение векторов:

1) $\overrightarrow{A_1A_3} = \overrightarrow{A_9A_4}$
2) $\overrightarrow{A_{16}A_6} = \overrightarrow{A_{10}A_{12}}$
3) $\overrightarrow{A_8A_1} = \overrightarrow{A_{15}A_{11}}$

Задание 2. Даны векторы $\vec{a}$ (7; 2; 6), $\vec{b}$ (-4; 1; 2), $\vec{c}$ (5; 1; -1) и $\vec{d}$ (2; 5; 3) в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

Задание 3. Найти $(2\vec{a} - 5\vec{b})\bullet(3\vec{a} - 2\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Задание 4. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

Задание 5. Найти скалярное произведение векторов $3\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ и $\vec{a} + 5\vec{b} + 6\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 6$, $\vec{a}\wedge\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{c} = \vec{b}\wedge\vec{c} = \frac{\pi}{6}$.

Самостоятельная работа №3.

Задание 1.
Даны координаты точек А(-6; 3), В (1; 1), С (5; 2) треугольника АВС. Доказать, что в треугольнике АВС внутренний угол с вершиной в точке В тупой.

Задание 2.

Даны прямоугольные координаты точки М (-1; $\sqrt{3}$). Определить полярные координаты этой точки.

Упражнение №265.

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №4.

Задание 1. Задано общее уравнение прямой $4x + 3y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

Задание 2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку А (6; -7) и начало координат.

Задание 3. Найти уравнение прямой, проходящей через точку А (4; -9) перпендикулярно вектору $\vec{n}$(-8; 2).

Задание 4. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А (-6; -4) и В (2; 1).

Задание 5.

Найти уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{m}$(-3; -3) и проходящей через точку А (5; 3).

Задание 6. Записать уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом, если $\vec{m}$(-6; 2) а M_0 (1; -5).

Задание 7. В прямоугольной системе координат дана прямая l уравнением $9x-3y+6=0$. Найти расстояние от начала координат до прямой l.

Задание 8. Определить расстояние от точки В (-6; 12) до прямой l : $-3x+y+2=0$.

Задание 9. Определить угол между прямыми: $y = -2x - 5$; $y = -3x + 4$.

Задание 10. Выяснить, выполняется ли условие перпендикулярности прямых: $6x + 3y - 1 = 0$ и $7x - 2y - 1 = 0$ или нет.

Самостоятельная работа №5. «Классификация кривых второго порядка».

1. Записать общее уравнение линии второго порядка.
2. Для того, чтобы выяснить, какие бывают кривые второго порядка, упростить выражение из пункта 1. Для этого рассмотреть поворот системы координат вокруг точки О на угол φ так, чтобы вектор $\vec{j}'$ новой системы координат $O\vec{i}'\vec{j}'$ имел главное направление. Записать координаты x, y в новой системе координат.
3. Подставить координаты x, y в общее уравнение линии второго порядка из пункта 1 и записать новое уравнение.
4. Записать формулы 9 типов кривых второго порядка: эллипс; гипербола; мнимый эллипс; пара пересекающихся действительных прямых; пара пересекающихся мнимых прямых; парабола; пара действительных параллельных прямых; пара параллельных мнимых прямых; пара совпавших прямых.
5. Дать определения следующим понятиям: касательная к кривой второго порядка; центр кривой второго порядка.

Самостоятельная работа №6. «Кривые второго порядка».

Цель работы: закрепление полученных знаний по выполнению построений кривых второго с помощью электронных таблиц Excel и интерактивной геометрической среде GeoGebra.

Задание 1. Изобразить кривую второго порядка – эллипс, используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, с учётом следующих параметров: $a = 3$, $b = 2$.

Задание 2. Изобразить разновидность кривой второго порядка – мнимый эллипс, используя каноническое уравнение в декартовой системе координат:
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. Параметры подобрать самостоятельно.

Задание 3. Изобразить кривую второго порядка – гиперболу, используя каноническое уравнение в декартовой системе координат:
$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, с учётом следующих параметров: $a = 3$, $b = 4$.

Задание 4. Изобразить кривую второго порядка – параболу, используя один из четырёх частных видов канонического уравнения, с учётом самостоятельно выбранных параметров.

Самостоятельная работа №7.
«Кривые второго порядка с разных системах координат».

Задание 1. Получить уравнение эллипса в полярных координатах, если задано каноническое уравнение эллипса: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Задание 2. Получить уравнение гиперболы в полярных координатах, если задано каноническое уравнение гиперболы: $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.

Задание 3. Определить какая кривая второго порядка задана уравнением в полярных координатах и объяснить почему?
1) $r=\frac{7}{5-2\cdot cos\varphi}$; 2) $r=\frac{15}{3-7\cdot cos\varphi}$; 3) $r=\frac{3}{4-4\cdot cos\varphi}$.

Задание 4. Изобразить, если это возможно одну любую разновидность кривой второго порядка (эллипс, гипербола, парабола) в полярных системах координат, используя каноническое уравнение кривой второго порядка в полярных координатах:
$r=\frac{p}{1-\varepsilon\cdot cos\varphi}$. В качестве исходных данных можно использовать уравнения из задания 3.

Самостоятельная работа №8.

Задание 1. Даны точки A_1 и A_2. Эти точки симметричны относительно точки О, так как О-середина отрезка A_1A_2 (показать графически). Построить отрезок A_1B_1, симметричный отрезку АВ относительно точки О.

Задание 2. Даны две точки А и В, симметричные относительно некоторой прямой *l* и дана точка М. Построить точку, симметричную точке М относительно той же прямой *l*.

Задание 3. Парабола симметрична относительно оси Ох и проходит через точку А(4;-1), а вершина её лежит а начале координат. Составить уравнение параболы, используя каноническое уравнение.

Задание 4. Построить точку В симметричную точке А относительно оси Ох (осевая симметрия).

Задание 5. Найти уравнения поворота $R_C^{-60^0}$, где С (-1; 3).

Самостоятельная работа №9.
«Приложение преобразований плоскости к решению задач».

Задание 1. Рассмотреть задачу №1 на странице 151 (Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.1. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с). Записать условие задачи и алгоритм решения задачи с применением преобразований плоскости.

Задание 2. Рассмотреть задачу №3 на странице 152 (Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.1. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с). Записать условие задачи и алгоритм решения задачи с применением преобразований плоскости.

Задание 3. Рассмотреть задачу №4 на странице 153 (Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.1. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с). Записать условие задачи и алгоритм решения задачи с применением преобразований плоскости.

1 курс 2 семестр

Самостоятельная работа №1. «Метод координат в пространстве».

Задача №1. В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ даны две точки A (2; 3; -1) и C (-4; 5; 2).

Найти координаты точки D, которая делит отрезок AC в отношении λ:
1) AC=2AD; 2) 6AC=AD.

Задача №2. Выполнить упражнение №989 (г).

Задача №3. Выполнить упражнение №990 (б, г).

Задача №4. Выполнить упражнение №1003 (а, б).

Задача №5. Выполнить упражнение №1006 (д).

Задача №6. Выполнить упражнение №1009 (д).

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №2. «Векторное и смешанное произведения векторов».

Задача №1.
Доказать теорему (геометрический смысл смешанного произведения векторов).

Задача №2.
Доказать 1-4 свойства смешанного произведения векторов.

Задача №3.
Вывести уравнение поверхности.

Выполнить упражнения:
№1012 (в), №1015 (в), №1026 (б, г).

Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №3.

«Задачи на применение векторного и смешанного произведения векторов».

Задача 1.Определить координаты векторов:

1) $[[\vec{a},\vec{b}]\cdot\vec{d}]$, **2)** $[\vec{b}\cdot[\vec{c},\vec{a}]]$, **3)** $[[\vec{b},\vec{d}]\cdot\vec{a}]$, **4)** $[[\vec{a},\vec{d}]\cdot\vec{c}]$, **5)** $[\vec{a}\cdot[\vec{c},\vec{b}]]$,

если $\vec{a}$ (2; -1; 3), $\vec{b}$ (-2; 0; 5), $\vec{c}$ (3; 0; -4), $\vec{d}$ (2; 2; 8).

Задача 2. Найти смешанное произведение векторов и определить ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ в каждом из случаев:

1) $\vec{a}$ (3; -2; 4), $\vec{b}$ (-3; 1; 1), $\vec{c}$ (2; 0; -6)

2) $\vec{a}$ (6; -7; -3), $\vec{b}$ (-4; 0; 2), $\vec{c}$ (3; 2; -1)

3) $\vec{a}$ (0; -1; 1), $\vec{b}$ (-6; 6; -3), $\vec{c}$ (4; -1; -3)

Задача 3. Пусть $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ - произвольные векторы.

Проверить тождество: $[[\vec{a},\vec{c}]\cdot\vec{b}] = \vec{c}\cdot(\vec{a}\cdot\vec{b}) - \vec{a}\cdot(\vec{c}\cdot\vec{b})$.

Задача 4. Преобразовать и вычислить: **1)** $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}\cdot\vec{d}$, **2)** $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})\cdot\vec{d}$, если:

$\vec{a}$ (3; -2; 1), $\vec{b}$ (-1; 0; 2), $\vec{c}$ (5; 0; -3), $\vec{d}$ (1; 2; 4).

Выполнить упражнение №1013 (д, е).
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №4. «Плоскость в пространстве»

Задача №1. В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ заданы своими координатами точка M_0(3; -2; -3) и два неколлинеарных вектора: $\vec{a}$ (2; -3; 1), $\vec{b}$ (-1; -5; 2). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 и имеющей направляющее подпространство L ($\vec{a}$, $\vec{b}$).
Задача №2. Можно ли написать уравнение плоскости π, проходящей через три точки A, B, C, заданные своими координатами в некоторой аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$:
A(2; -3; -5) B(1; 2; -6), C(-2; 3; -6).
Задача №3. В прямоугольной системе координат заданы своими координатами точка M_0(2; -3; 5) и ненулевой вектор $\vec{n}$(5; 5; 3). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 перпендикулярно вектору $\vec{n}$.
Задача №4. Найти уравнение плоскости, проходящей через две точки P(1; 1; -1) и Q(2; 2; -3) перпендикулярно плоскости $2x - 3y - z + 3 = 0$.
Задача №5. Найти уравнение плоскости, зная, что точка P(2; -5; 8) – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.
Задача №6. Проверить, можно ли провести плоскость через следующие четвёрки точек:
A(-3; 3; -4), B(-1; 3; -5), C(-1; -3; 5), D(-2; -9; 2).
Выполнить упражнения: №1061; №1070 (а).
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №5. «Взаимное расположение плоскостей»

Выполнить упражнения:
№1065, №1078, №1082, №1083 (в, г), №1085 (в), №1087 (б).
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №6.
«Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями»

Выполнить упражнения:

№1113 (д, е), №1114 (б), №1115, №1116 (в), №1117 (в, г), №1122 (б, г), №1129.
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №7. «Прямая в пространстве»

Выполнить упражнения:
№ 1131 (в), № 1132 (б), № 1134 (в), № 1136 (б, г), № 1140 (б, г), № 1141.
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №8.
«Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве»

Выполнить упражнения:
№ 1137 (б), № 1143 (б), № 1148, № 1153 (б), № 1155, № 1158, №1165, №1170
Примечание. Для выполнения упражнений необходимо использовать следующую учебно-методическую литературу: Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.1. М.: Просвещение, 1973. – 256 с.

Самостоятельная работа №9. «Задачи на прямую и плоскость в пространстве»

Задача №1. В аффинной системе координат даны две скрещивающиеся прямые l_1 и l_2 каноническими уравнениями: $l_1 : \frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{m_2} = \frac{z-z_1}{m_3}$, $l_2 : \frac{x-x_2}{n_1} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{n_3}$.
Написать в общем виде уравнение плоскости π, проходящей через прямую l_1 параллельно прямой l_2. Привести пример и найти уравнение плоскости по заданным исходным значениям.
Задача №2. В прямоугольной системе координат даны точка $M_0(x_0,y_0,z_0)$ и две скрещивающиеся прямые каноническими уравнениями: $l_1 : \frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{m_2} = \frac{z-z_1}{m_3}$, $l_2 : \frac{x-x_2}{n_1} = \frac{y-y_2}{n_2} = \frac{z-z_2}{n_3}$. Написать в общем виде уравнение прямой l, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной к данным прямым. Привести пример и найти уравнение прямой по заданным исходным значениям.

Задача №3. Определить при каком значении D прямая $\begin{cases} 2x+3y-z+D=0 \\ 3x-2y+2z-6=0 \end{cases}$ пересекает оси: Ox, Oy, Oz.

Задача №4. Найти соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты уравнений прямой $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0, \\ A_2x-B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$ для того, чтобы эта прямая была параллельна оси: Ox, Oy, Oz.

Задача №5. Прямая задана уравнениями двух плоскостей $\begin{cases} 3x+2y+4z-11=0 \\ 2x+y-3z-1=0 \end{cases}$ пересекающихся по этой прямой. Найти каноническое уравнение этой прямой.

Задача №6. Найти расстояние между параллельными прямыми $l_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+3}{2}$, $l_2: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Задача №7. Найти угол между прямой $l_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$ и плоскостью $x+y+2z-6=0$.

Задача №8. Составить параметрические уравнения прямой l_1, проходящей через точку $M_1(1,-1,-3)$ параллельно прямой $l_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{0}$.

Задача №9. Найти прямую, проходящую через точку $M_0(-4,3,0)$ и перпендикулярно к прямым $l_1: \frac{x-2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$, $l_2: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+3}{-5}$.

Самостоятельная работа №10. «Поверхности второго порядка»

Задание.

Изобразить графически, с помощью циркуля и линейки, методом сечений следующие поверхности:

1. Поверхность вращения (по определению - 1 рисунок).
2. Поверхность вращения (по теореме и доказательству – 2 рисунка).
3. Цилиндрические поверхности:
   - эллиптический цилиндр;
   - гиперболический цилиндр;
   - параболический цилиндр;
   - цилиндр, распавшийся на пару пересекающихся по оси OZ плоскостей;
   - цилиндр, распавшийся на пару параллельных плоскостей.
4. Коническую поверхность второго порядка.
5. Круговую коническую поверхность (круговой конус).
6. Эллипсоид (по определению – 1 рисунок, методом сечений – 1 рисунок).
7. Однополостный гиперболоид.
8. Двуполостный гиперболоид.
9. Эллиптический параболоид.
10. Гиперболический параболоид.

Самостоятельная работа №11. «Поверхности в электронных таблицах Excel»

Цель работы:

Исследовать поверхности, по заданным параметрам используя электронные таблицы Microsoft Office Excel и интерактивную геометрическую среду GeoGebra.

Задача №1.

Изобразить двояковыпуклую поверхность, заданную уравнением $z = x \cdot \exp(x^2 - y^2)$, если $x \in [-2;\ 2], y \in [-2;\ 2]$, с шагом $h = 0{,}1$.

Задача №2.

Изобразить поверхность, заданную уравнением $z = (x^2 - y^2)$. Параметры и шаг подобрать самостоятельно.

Задача №3.

Изобразить поверхность, заданную уравнением $z = 100 \cdot (y - x^2)^2 + (1 - x)^2$, если $x \in [-3;\ 3], y \in [-2;\ 5]$, с шагом $h = 0{,}1$.

Задача №4.

Изобразить поверхность, заданную уравнением $z = -\sin(x^2 + y^2) + 1$, если $x \in [-1;\ 1], y \in [-1;\ 1]$, с шагом $h = 0{,}2$.

Задача №5.

Изобразить поверхность, заданную уравнением $z = (\sin(x + y))/(x + y)$. Параметры и шаг подобрать самостоятельно.

2 курс 3 семестр

Самостоятельная работа №1.

Задание №1. *Доказать утверждение:*
«Существуют четыре прямые, никакие три из которых не содержат общей точки».

Задание №2. *Даны 4 точки A,B,C,D общего положения в проективной системе координат на плоскости R=(A_1,A_2,A_3,E).*
Пусть $A_1 = AD \cap BC$, $B_1 = BD \cap AC$, $C_1 = CD \cap AB$, $P = BC \cap B_1C_1$, $Q = AC \cap A_1C_1$, $R = AB \cap A_1B_1$.
Доказать что P, Q, R коллинеарны. Необходимо ввести R=(A,B,C,D).

Задание №3.
Построить модели проективной плоскости и проективного пространства.

Самостоятельная работа №2.

Задание №1.
Рассмотреть вопрос: «Связь проективных координат точки расширенной прямой с её аффинной координатой».

Задание №2. На плоскости дана проективная система координат R=(A_1,A_2,A_3,E).
Построить точки по их координатам в данной системе R=(A_1,A_2,A_3,E), если:
1) L (1, -1, 0);
2) X (2, -1, 3).

Задание №3.На прямой дана проективная система координат R=(A_1,A_2,E).
Построить точку по её координатам в данной системе R=(A_1,A_2,E), если: $B(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2})$.

Самостоятельная работа №3.

Задание №1.
Написать формулы преобразования координат, если точки A_1', A_2', A_3', E' новой системы координат имеют по отношению к старой системе координат следующие координаты: $A_1'(1,1,0), A_2'(0,-1,2), A_3'(1,1,1), E'(2,3,-5)$. Найти новые координаты точки $M(0,1,-1)$.

Задание №2.
Составить формулы преобразования прямой, заданной тремя парами точек:
$A(0,1), A'(1,-1), B(1,0), B'(1,1), C(1,1), C'(1,3)$.

Задание №3. На плоскости даны две системы координат - старая $R=(A_1, A_2, A_3, E)$ и новая $R'=(A_1', A_2', A_3', E')$. Точки A_1', A_2', A_3', E' в старой системе имеют координаты $A_1'(1,-1,1), A_2'(1,0,1), A_3'(2,1,-3), E'(5,-4,0)$.

Найти новые координаты точки $M(1,1,1)$.

Задание №4. Найти общее уравнение и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки M (3, -1, 4) и
N (-1, 0, 2).

Задание №5. Найти точку пересечения прямых: $3x_1-4x_2+2x_3=0$ и $x_1+3x_2-5x_3=0$.

Самостоятельная работа №4.

Задание №1.
Упражнение №1139 (Базылев В.Т. Сборник задач по геометрии: Учебное пособие для студентов мат. и физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.Т. Базылев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая и др.; Под. ред. В.Т. Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.).

Задание №2.
Обосновать малый принцип двойственности.

Задание №3.
Привести примеры двойственных предложений в пространстве.

Задание №4.
Упражнение №1177 (Базылев В.Т. Сборник задач по геометрии: Учебное пособие для студентов мат. и физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.Т. Базылев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая и др.; Под. ред. В.Т. Базылева. – М.: Просвещение, 1980. – 238 с.).

Задание №5.
Доказать теорему 1 из пункта «Сложное отношение четырёх точек прямой».

Самостоятельная работа №5.

Задание №1.
Доказать свойства 1-5 сложного отношения четырёх точек прямой.

Задание №2.
Упражнение №100 (Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. 176 с.).

Задание №3.
Доказать Лемму 1 из пункта «Проективные преобразования плоскости».

Задание №4.
Доказать Лемму 2 из пункта «Проективные преобразования плоскости».

Самостоятельная работа №6.

Задание №1.
Рассмотреть вопрос «Проективные преобразования прямой. Инволюции».

Задание №2.
Доказать основную теорему проективного отображения прямых (существование и единственность).

Задание №3.
Доказать теорему, выражающую признак перспективного отображения.

Самостоятельная работа №7.

Задание №1. Овальная линия второго порядка γ задана пятью точками общего положения. Построить несколько точек этой линии.
Задание №2. Овальная линия второго порядка γ задана четырьмя точками общего положения и касательной в одной из данных точек. Построить несколько точек линии γ.
Задание №3. Даны пять точек общего O, O′, A, B, C. В точке O′ построить касательную к овальной линии γ, проходящей через эти точки.
Задание №4. Рассмотреть предельные случаи теоремы Паскаля.

Самостоятельная работа №8.

Задание.
Рассмотреть примеры решения простейших задач на взаимное расположение прямых и плоскостей.
(задачи 1-5):
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 115-118.**

Самостоятельная работа №9.

Задание 1. Рассмотреть примеры неполных изображений:
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 119-120.**
Задание 2. Рассмотреть пример решения позиционной задачи:
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 121.**
Задание 3. Рассмотреть примеры построения сечений простейших многогранников:
1) Задача №1.
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 121-122.**
2) Задача №3.
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 123.**
Задание 4. Рассмотреть пример решения метрической задачи:
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 121.**
1) Задача №2.
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 128-129.**
2) Задача №5.
Литература: Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. Ч.2.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1987, **стр. 131.**

2 курс 4 семестр

Самостоятельная работа 1.

Задание 1. Построить всевозможные топологии на двухэлементном множестве.
Задание 2. Рассмотреть вопрос о клеточном разложении.
Дать определение понятия «Эйлерова характеристика многообразия».
Задание 3. Рассмотреть виды двумерных многообразий.

Самостоятельная работа 2.

Задания 1-4. Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: 957, 962, 965, 975.

Задание 5. Составить натуральные уравнения линии $\vec{r}(t) = (cos^3 t,\ sin^3 t, cos2t)$ для участка $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Самостоятельная работа 3.

Выполнить упражнения из сборника задач по геометрии:
Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч.2. М.: Просвещение, 1975. - 176 с.).
Упражнения: №1075, №1076, №1085.

Самостоятельная работа 4.

Задание 1. Вывести уравнения эволюты, трактрисы.
Задание 2. Вывести уравнение псевдосферы и записать первую и вторую квадратичную форму поверхности, а также полную Гауссову кривизну.
Задание 3. Рассмотреть вопрос: Полугеодезические полярные координаты.

Самостоятельная работа 5.

Задание. Изучить вопрос: «Практические основания геометрии»
Отрезки; Угол; Прямоугольник; Измерение длины отрезка; Свойства численного выражения длины; Фигуры
Учебно-методическая литература:
Александров А.Д.Основания геометрии: Учеб.пособие для вузов. М.: Наука, 1987.-288 с.

Самостоятельная работа 6.

Задание. Рассмотреть следующие модели геометрии Лобачевского:
1 модель: Модель Пуанкаре геометрии Лобачевского.
2 модель: Модель геометрии Лобачевского в пространстве.
3 модель: Проективная модель геометрии Лобачевского.
4 модель: Модель геометрии Лобачевского на поверхности.

Самостоятельная работа 7.

Задание 1. Окружность, эквидистанта и орицикл на плоскости Лобачевского. Определение и построение.
Задание 2. Изучить вопрос, связанный с основаниями геометрии:
«Диалектика геометрии (в её содержании)» и «Диалектика геометрии (в её построении)»

Самостоятельная работа 8.

Задание 1.

1) Рассмотреть модель Клейна планиметрии Лобачевского.
2) Движения и их свойства.
3) Расстояние между точками.

Задание 2. Изучить вопрос: «Теория измерения длин отрезков.
Существование функции длины. Единственность функции длины».

Самостоятельная работа 9.

Задание 1. Изучить вопрос:
«Теория измерения площадей многоугольных фигур. Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника».
Задание 2. Изучить вопрос:
«Теория измерения площадей многоугольных фигур. Существование и единственность функции площадей».

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

Рекомендации для текущего контроля успеваемости студентов
1 курс 1 семестр

Оценочными средствами для текущего контроля успеваемости студентов являются:

– *Комплект заданий для контрольных работ:*

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту предлагается выполнить 2 контрольные работы, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

Контрольная работа №1.

Тема контрольной работы: «Элементы векторной алгебры».

Типовые задания для контрольной работы:

Задание 1 (1 балл). Пусть NPR - произвольный треугольник, а A и B - середины сторон NP и PR. Выразить векторы $\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{NR}$ через $t = \overrightarrow{NA}$ и $d = \overrightarrow{NB}$.

Задание 2 (2 балла). Даны векторы $\vec{a}$(-2; -1; 5), $\vec{b}$(3; 3; -3), $\vec{c}$(-1; -4; 2). Выполнить следующие операции над векторами:

1) $\vec{a}+\vec{b}$; $\vec{b}+\vec{c}$; $\vec{c}+\vec{a}$.
2) $\vec{a}-\vec{b}$; $\vec{a}-\vec{c}$; $\vec{c}-\vec{a}$; $\vec{c}-\vec{b}$.
3) $\vec{a}\cdot\vec{b}$; $\vec{b}\cdot\vec{c}$; $\vec{a}\cdot\vec{c}$.
4) $\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$; $7\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}$; $-2\vec{a}-3\vec{b}-4\vec{c}$.

Задание 3 (1 балл). Найти $(3\vec{a}\ -4\vec{b}\ )\bullet(2\vec{a}\ +6\vec{b}\ )$, если $|\vec{a}|=2,\quad |\vec{b}|=4,\quad \vec{a}\perp\vec{b}.$

Задание 4 (1 балл). Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$.

Задание 5 (1 балл). Найти скалярное произведение векторов $3\vec{a}+\vec{b}-5\vec{c}$ и $\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}$, если $|\vec{a}|=2,\quad |\vec{b}|=3,\quad |\vec{c}|=1,\quad \vec{a}\wedge\vec{b}=\vec{a}\wedge\vec{c}=\vec{b}\wedge\vec{c}=\frac{\pi}{3}.$

Задание 6 (1 балл). Найти аналитически и графически координаты точек, симметричных точкам A (4; -2), B (2; -3); C (4; -1):

1) относительно оси OX;
2) относительно оси OУ;
3) относительно начала координат.

Задание 7 (2 балла). На прямой взяты последовательно точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 (необходимо изобразить прямую и отметить точки), для которых: $A_1A_2= A_2A_3= A_3A_4 =A_4A_5$.

Зная координаты точек A_3 (1; 5) и A_5 (-3; 7) в общей декартовой системе координат, определить отношения, в которых точки A_1, A_2, A_4 делят отрезок A_3A_5, а также координаты этих точек.

Задание 8 (1 балл). Найти уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{m}$(-2, 7) и проходящей через точку А (2, -4).
Задание 9 (1 балл). Найти уравнение прямой *l*, проходящей через точку С (3, 2) и начало координат. Определить расстояние от точки С до искомой прямой *l*.
Задание 10 (1 балл). Определить угол между прямыми l_1: $3x + y + 2 = 0$ и l_2: $x - 4y - 3 = 0$. Выяснить, являются ли прямые l_1 и l_2 перпендикулярными или нет.

1 курс 1 семестр
Контрольная работа №2.

Тема контрольной работы: «Аналитическая геометрия плоскости».
Типовые задания для контрольной работы:
Задание 1 (2 балла). Построить кривую второго порядка – эллипс, используя каноническое уравнение в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, если a=3 , b=2.
Задание 2 (2 балла). Построить кривую второго порядка – параболу, используя частный вид канонического уравнения в декартовой системе координат: $y^2=-2px$, если p=5.
Задание 3 (1 балл). Сравнить две разновидности кривых второго порядка – «пара пересекающихся прямых» и «пара мнимых пересекающихся прямых» по следующим характеристикам: вид канонического уравнения, наличие действительных точек, количество центров.
Задание 4 (1 балл). Получить уравнение эллипса в полярных координатах, если задано каноническое уравнение эллипса в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$.
Задание 5 (1 балл). Получить уравнение гиперболы в полярных координатах, если задано каноническое уравнение гиперболы в декартовой системе координат: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$.
Задание 6 (3 балла). Определить какая кривая второго порядка задана уравнением в полярных координатах и объяснить почему?
1) $r=\frac{9}{5-5\cdot cos\varphi}$; 2) $r=\frac{16}{8-16\cdot cos\varphi}$; 3) $r=\frac{6}{3-2\cdot cos\varphi}$.
Задание 7 (2 балла). Найти уравнения поворота $R_A^{-30^0}$, где А (5;-2).

– *Тестирование:*

КОМПЛЕКТ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ
1 курс 1 семестр.

Тестирование проводится после завершения первой главы курса геометрии «Аналитическая геометрия плоскости».

1. Тематическая структура теста:

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Наименование темы задания		Критерий зачета	№ задания в варианте тест-билета
1.	**Элементы векторной алгебры.**	1.1.	Понятие вектора.	Зачётное количество вопросов: 6 из 8	1
		1.2.	Операции над векторами.		2,3
		1.3.	Коллинеарные и компланарные системы векторов.		4,5
		1.4.	Координаты вектора.		6
		1.5.	Линейные операции над векторами в координатах		7

		1.6.	Скалярное произведение векторов и его свойства		8
2.	**Метод координат на плоскости**	2.1.	Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости	Зачётное количество вопросов: 6 из 7	1,2
		2.2.	Координаты точки		3,4
		2.3.	Формулы преобразования координат		5
		2.4.	Полярная система координат		6,7
3.	**Прямая на плоскости.**	3.1.	Виды уравнений прямой	Зачётное количество вопросов: 6 из 8	1,2
		3.2.	Взаимное расположение двух прямых		3,4
		3.3.	Расстояние от точки до прямой		5,6
		3.4.	Угол между двумя прямыми		7,8
4.	**Кривые второго порядка**	4.1.	Эллипс.	Зачётное количество вопросов: 12 из 15	1,2,3,4,5
		4.2.	Гипербола.		6,7,8,9,10
		4.3.	Парабола.		11,12,13,14,15
5.	**Преобразования плоскости.**	5.1.	Отображения и преобразования множеств, их свойства	Зачётное количество вопросов: 9 из 12	1
		5.2.	Группа преобразований множества		2
		5.3.	Движения плоскости		3
		5.4.	Основная теорема о движениях		4
		5.5.	Уравнения движений		5
		5.6.	Классификация движений первого рода		6,7
		5.7.	Классификация движений второго рода		8,9
		5.8.	Свойства движений		10,11
		5.9.	Преобразование подобия		12

2. Варианты тестов или тест-билеты

Вопрос 1.

Что не является вектором?

1) Множество всех эквиполлентных между собой направленных отрезков.
2) Упорядоченная пара точек.
3) Отрезок.
4) Направленный отрезок.

Вопрос 2.

Какие векторы называются коллинеарными?

1) Если существует плоскость, которой они параллельны.

2) Если они расположены на одной или параллельных прямых.
3) Если они одинаково направлены.
4) Если они имеют одинаковую длину.

Вопрос 3.

Базисом векторного пространства является ...

1) Упорядоченная система векторов.
2) Неупорядоченная система векторов.
3) Нулевой вектор.
4) Единичный вектор.

Вопрос 4.

Скалярным произведением векторов называется ...

1) число, равное сумме длин этих векторов.
2) число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.
3) число, равное произведению длин этих векторов на синус угла между ними.
4) число, равное произведению длин этих векторов.

Вопрос 5.

Даны векторы $\vec{a}$ (-2; -1; 5), $\vec{b}$ (-1; -4; 6). Найти: $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

1) 52.
2) 12.
3) 24.
4) 36.

Вопрос 6.

Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k},\ \vec{b} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$.

1) 30˚.
2) 60˚.
3) 90˚.
4) 45˚.

Вопрос 7.

Даны векторы $\vec{b}$ (3; 3; -3), $\vec{c}$ (-1; -4; 6). Найти $\vec{c} - \vec{b}$.

1) $\vec{c} - \vec{b}$ = (4; 7; -9).
2) $\vec{c} - \vec{b}$ = (-4; -7; 9).
3) $\vec{c} - \vec{b}$ = 22
4) $\vec{c} - \vec{b}$ = -2.

Вопрос 8.

Даны векторы $\vec{a}$ (-2; -1; 5) и $\vec{c}$ (-1; -4; 6). Найти $\vec{c} + \vec{a}$.

1) $\vec{c} + \vec{a}$ = (3; 5; -11).
2) $\vec{c} + \vec{a}$ = (-3; -5; 11).
3) $\vec{c} + \vec{a}$ = (-3; -5; -11).
4) $\vec{c} + \vec{a}$ = (3; 5; 11).

Вопрос 9.

Что называется аффинной системой координат на плоскости ...

1) Совокупность векторов $\vec{e_1}$ и $\vec{e_2}$.

2) Совокупность точки О и векторов $\vec{e_1}$ и $\vec{e_2}$.

3) Совокупность точки О и векторов $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

4) Совокупность точки О и вектора $\vec{i}$.

Вопрос 10.

Что такое ρ (ро) в полярной системе координат?

1) полярный угол.
2) полюс.
3) полярный радиус.
4) полярная ось.

Вопрос 11.

Какое условие не может определять фигуру Ф в заданной системе координат?

1) неравенство.
2) система неравенств.
3) уравнение.
4) система координат.

Вопрос 12.

На прямой взяты последовательно точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, для которых: $A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5$. Зная координаты точек A_3 (3; 6) и A_5 (-2; 4) в общей декартовой системе координат, определить отношение,
в котором точка A_4 (x, y) делит отрезок A_3A_5 , а также координаты этой точки.

1) $\lambda(A_4, A_3A_5)=2$; $x=4$; $y=2$.
2) $\lambda(A_4, A_3A_5)=-1$; $x=5$; $y=1$.
3) $\lambda(A_4, A_3A_5)=1$; $x=0{,}5$; $y=5$.
4) $\lambda(A_4, A_3A_5)=-1$; $x=0{,}5$; $y=5$.

Вопрос 13.

Найти координаты точки A_1, симметричной А (3; 4) относительно оси ОХ.

1) A_1 (4; 3).
2) A_1 (-3; -4).
3) A_1 (-3; 4).
4) A_1 (3; -4).

Вопрос 14.

Найти координаты точки B_1, симметричной В (-2; 5) относительно оси ОУ.

1) B_1 (2; 5).
2) B_1 (-2; -5).
3) B_1 (2; -5).
4) B_1 (5; -2).

Вопрос 15.

Найти координаты точки C_1, симметричной С (4; -7) относительно оси начала координат.

1) C_1 (4; 7).
2) C_1 (-4; 7).
3) C_1 (7; -4).
4) C_1 (-7; 4).

Вопрос 16.

Определить вид уравнения прямой: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, **где** $a=-\frac{C}{A}$; $b=-\frac{C}{B}$.

1) по начальной точке и направляющему вектору.
2) по начальной точке и вектору нормали.
3) с угловым коэффициентом.
4) уравнение прямой в отрезках.

Вопрос 17.

Определить вид уравнения прямой: $m_2 \cdot (x - x_0) - m_1 \cdot (y - y_0) = 0$**.**

1) по начальной точке и направляющему вектору.
2) по начальной точке и вектору нормали.
3) с угловым коэффициентом.
4) параметрическое уравнение.

Вопрос 18.

Найти уравнение прямой *l*, проходящей через точку
A (6, -3) и начало координат.

1) $x - 2y = 0$
2) $x + 2y = 0$
3) $-x + 2y = 0$
4) $x - y = 0$

Вопрос 19.

Определить расстояние от точки A(4; -2) до прямой $3x - 4y = 0$**.**

1) 2.
2) 5.
3) 0.
4) 4.

Вопрос 20.

Что является необходимым и достаточным условием перпендикулярности прямых?

1) $k_1 = \dfrac{1}{k_2}$
2) $1 + k_1 \cdot k_2 = 0$
3) $k_1 \cdot k_2 = 1$
4) $1 - k_1 \cdot k_2 = 0$

Вопрос 21.

По какой формуле вычисляется угол между перпендикулярными прямыми $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ **и** $A_2x + B_2y + C_2 = 0$**?**

1) $tg\varphi = \dfrac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$
2) $\sin\varphi = \dfrac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$
3) $\cos\varphi = \dfrac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$

4) $\cos\varphi = \dfrac{A_1 \cdot A_2 - B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$

Вопрос 22.

Прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ пересекаются, если выполняется условие ...

1) $\dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$

2) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$

3) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$

4) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2}$

Вопрос 23.

Прямые $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ параллельны, если выполняется условие ...

1) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2}$

2) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$

3) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$

4) $\dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$

Вопрос 24.

Множество γ всех тех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до данных точек F_1 и F_2 есть величина постоянная $2a$ меньшая расстояния между F_1 и F_2 - это ...

1) эллипс.
2) парабола.
3) гипербола.
4) пара пересекающихся прямых.

Вопрос 25.

Множество γ всех тех и только тех точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек F_1 и F_2 этой плоскости есть величина постоянная $2a$ большая расстояния между F_1 и F_2 - это ...

1) гипербола.
2) парабола.

3) эллипс.
4) окружность.

Вопрос 26.

Множество γ всех тех точек плоскости, расстояние от каждой из которых до данной точки F равно расстоянию до данной прямой d не проходящей через точку F - это ...

1) парабола.
2) гипербола.
3) пара параллельных прямых.
4) эллипс.

Вопрос 27. Какая кривая второго порядка представлена следующим каноническим уравнением $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$?

1) окружность.
2) эллипс.
3) парабола.
4) гипербола.

Вопрос 28.

Какая кривая второго порядка представлена следующим каноническим уравнением $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$?

1) парабола.
2) эллипс.
3) гипербола.
4) мнимый эллипс.

Вопрос 29.

Какая кривая второго порядка представлена следующим каноническим уравнением $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$?

1) эллипс.
2) мнимый эллипс.
3) гипербола.
4) парабола.

Вопрос 30.

Какая кривая второго порядка представлена следующим каноническим уравнением $y^2=0$?

1) пара параллельных прямых.
2) пара мнимых параллельных прямых.
3) пара совпавших прямых.
4) пара пересекающихся прямых.

Вопрос 31.

В какой четверти располагается кривая второго порядка $y^2=-2px$?

1) I и II.
2) II и III.
3) III и IV.
4) I и IV.

Вопрос 32.

В какой четверти располагается кривая второго порядка $x^2 = 2py$?

1) I и II.
2) II и III.
3) III и IV.
4) I и IV.

Вопрос 33.

Какая кривая второго порядка имеет одну действительную точку?

1) гипербола.
2) мнимый эллипс.
3) пара мнимых пересекающихся прямых.
4) пара пересекающихся прямых.

Вопрос 34.

У какой кривой второго порядка нет центров?

1) эллипс.
2) парабола.
3) мнимый эллипс.
4) пара пересекающихся прямых.

Вопрос 35.

У какой кривой второго порядка определитель Δ меньше нуля?

1) эллипс.
2) гипербола.
3) мнимый эллипс.
4) пара мнимых пересекающихся прямых.

Вопрос 36.

У какой кривой второго порядка определитель Δ равен нуля?

1) парабола.
2) гипербола.
3) эллипс.
4) пара пересекающихся прямых.

Вопрос 37.

Если эксцентриситет ε=1, то кривой второго порядка является ...

1) эллипс.
2) гипербола.
3) парабола.
4) мнимый эллипс.

Вопрос 38.

Уравнением кривой второго порядка в полярных координатах является ...

1) $r = p \cdot (1 - \varepsilon \cdot \cos\varphi)$
2) $p = r \cdot (1 - \varepsilon \cdot \cos\varphi)$
3) $p = r \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos\varphi)$
4) $p = r \cdot (1 - \varepsilon \cdot \sin\varphi)$

Вопрос 39.

Если $f(A) = B$ то f называют отображением множества A на множество B или ...

1) инъекцией.
2) сюръекцией.

3) биекцией.
4) композицией.

Вопрос 40.

Любое взаимно однозначное отображение f фигуры A на себя называют ...

1) биекцией.
2) преобразованием.
3) инъекцией.
4) композицией

Вопрос 41.

Рассматривая два преобразования $f_1(M) = M'$ и $f_2(M') = M''$, получаем соответствие $f : M \to M''$ являющееся преобразованием плоскости, которое обозначается $f : f_2 \circ f_1$ и называется ...

1) симметрией.
2) группой.
3) композицией.
4) движением.

Вопрос 42.

Совокупность всех параллельных переносов плоскости является ...

1) подобием.
2) множеством.
3) группой.
4) отображением.

Вопрос 43.

Преобразование плоскости, сохраняющее расстояние между любыми двумя точками называется ...

1) медиатрисой.
2) движением.
3) вращением.
4) осевой симметрией.

Вопрос 44.

Прямая, перпендикулярная к данному отрезку и проходящая через его середину, называется ...

1) медиатрисой.
2) директрисой.
3) асимптотой.
4) расстоянием между двумя точками.

Вопрос 45.

Любое движение можно представить в виде композиции не более ...

1) одной осевой симметрии.
2) двух осевых симметрий.
3) трёх осевых симметрий.
4) четырёх осевых симметрий.

Вопрос 46.

К движению первого рода не относится ...

1) тождественное преобразование.
2) поворот.
3) осевая симметрия.

4) перенос.

Вопрос 47.

Любое движение первого рода, отличное от тождественного преобразования, является либо параллельным переносом либо ...

1) поворотом.
2) осевой симметрией.
3) скользящей симметрией.
4) композицией трёх осевых симметрий.

Вопрос 48.

Преобразование f плоскости называется подобием с коэффициентом ...

1) k=0.
2) k>0.
3) k<0.
4) k>1.

Вопрос 49.

Если k=1, то преобразование плоскости (гомотетия γ_O^k) не является ...

1) тождественным преобразованием.
2) отражением от точки О.
3) движением.
4) подобием.

Вопрос 50.

Множество всех преобразований подобия плоскости является ...

1) движением.
2) группой.
3) гомотетией.
4) композицией гомотетии и движения.

3. Бланк листа ответов

Тестирование по дисциплине «Геометрия»
«Аналитическая геометрия плоскости»

ФИО _____ Факультет _____ Курс ____ Группа _____

Дата_____

Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа
1		11		21		31		41	
2		12		22		32		42	
3		13		23		33		43	
4		14		24		34		44	
5		15		25		35		45	
6		16		26		36		46	
7		17		27		37		47	
8		18		28		38		48	
9		19		29		39		49	
10		20		30		40		50	

4. Инструкция по проведению тестирования

Тестирование состоит из 50 вопросов, разделённых, на пять модулей в соответствии с разделами изучаемой дисциплины. Для каждого вопроса приведено 4 варианта ответа. Необходимо выбрать только один правильный ответ. Время на каждый вопрос зависит от уровня сложности. Всего на тестирование определено 70 минут. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает (3n) балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше. Максимальное количество баллов за тестирование – 15 баллов.

5. Критерии формирования оценки и шкала оценивания:

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания, max
Если освоено 5 модулей, то студент получает 15 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	15 баллов
Если освоено 4 модуля, то студент получает 12 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	12 баллов
Если освоено 3 модуля, то студент получает 9 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	9 баллов
Если освоено 2 модуля, то студент получает 6 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	6 балла
Если освоено 1 модуль, то студент получает 3 балла за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.	3 балла
Если успешно не освоен ни один модуль, то студент баллов за тестирование не получает.	0 баллов

1 курс 2 семестр

Оценочными средствами для текущего контроля успеваемости студентов являются:

– *Комплект заданий для контрольных работ:*

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту предлагается выполнить 2 контрольные работы, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

Контрольная работа №1.

Тема контрольной работы: «Аналитическая геометрия пространства».

Типовые задания для контрольной работы:

Задание 1 (2 балла). На прямой взяты последовательно точки A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, для которых: $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$.

Зная координаты точек A_3 (-3; 4; 8) и A_5 (3; -3; 8) в общей декартовой системе координат, определить отношения, в которых точки A_1, A_2, A_4 делят отрезок A_3A_5 , а также координаты этих точек.

Задание 2 (2 балла). В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ даны две точки A (1; 3; 2) и B (-5; 9; 1). Найти координаты точки C, которая делит отрезок AB в отношении λ:
1) AB=3AC; 2) 2AB=AC; 3) AB=5AC; 4) 3AB=AC.

Задание 3 (1 балл). В прямоугольной системе координат $O_{\vec{i},\vec{j},\vec{k}}$ даны четыре координаты вершин куба (0; 0; 0), (7; 0; 0), (0; 7; 0), (0; 0; 7). Найти все остальные вершины куба.

Задание 4 (2 балла). Определить координаты и модули векторов:
1) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$**, 2)** $\left[\vec{a},\vec{d}\right]$**, 3)** $\left[\vec{a},\vec{c}\right]$**, 4)** $\left[\vec{c},\vec{b}\right]$**, 5)** $\left[\vec{d},\vec{b}\right]$, если:
$\vec{a}$ (2; -6; 5), $\vec{b}$ (-3; 8; 0), $\vec{c}$ (0; 1; -3), $\vec{d}$ (3; 0; 5).

Задание 5 (1 балл). В аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ заданы своими координатами точка M_0(-3; 2; 4) и два неколлинеарных вектора: $\vec{a}$ (-4; 3; 6), $\vec{b}$ (-1; 8; 0). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 и имеющей направляющее подпространство L ($\vec{a}$, $\vec{b}$).

Задание 6 (2 балла). Предположим, что три точки A, B, C не лежат на одной прямой. Написать уравнение плоскости π, проходящей через три не лежащие на одной прямой точки A, B, C, заданные своими координатами в некоторой аффинной системе координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$: A(-2; 5; -1), B(3; 3; 4), C(-2; -7; 1).

Задание 7 (1 балл). В прямоугольной системе координат заданы своими координатами точка M_0(4; 3; 6) и ненулевой вектор $\vec{n}$(1; 1; 2). Написать уравнение плоскости π, проходящей через точку M_0 перпендикулярно вектору $\vec{n}$.

Задание 8 (2 балла). Найти уравнение плоскости, проходящей через две точки P(1; 6; -1) и Q(3; -4; 8) перпендикулярно плоскости $2x + y – z + 2 = 0$. Вектор нормали $\vec{N}$(5; 3; -2) к плоскости $3x + y + z + 8 = 0$ параллелен искомой плоскости.

Задание 9 (2 балла). Найти уравнение плоскости, зная, что точка P(1; -2; 7) – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость.

1 курс 2 семестр
Контрольная работа №2.

Тема контрольной работы: «Прямая и плоскость в пространстве».

Типовые задания для контрольной работы:

Задание 1 (1 балл).

Составить параметрические уравнения прямой $l: \begin{cases} x-6y-z+3=0, \\ 4x+6y-2=0. \end{cases}$

Задание 2 (1 балл).

Установить взаимное расположение следующих пар прямых в пространстве:

$$l_1: \begin{cases} x=3+7t, \\ y=5-5t, \\ z=1+2t. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} x=-2+5t, \\ y=3+2t, \\ z=-8+7t. \end{cases}$$

Задание 3 (1 балл).

Определить при каком значении D прямая $l:\begin{cases}x-7y-z+D=0\\2x-y-z+4=0\end{cases}$ пересекает оси: O*x*, O*y*, *Oz*.

Задание 4 (1 балл).

Найти прямую, проходящую через точку M_0 (-5, -1, 2) и перпендикулярно к прямым $l_1:\frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-6}$, $l_2:\frac{x}{-3}=\frac{y-4}{6}=\frac{z+3}{-2}$.

Задание 5 (3 балла). Найти каноническое уравнение прямой l_1, которая проходит через точку $M_0(3, -2, 5)$ параллельно плоскости $\pi: x+y+5z+3=0$ и пересекает прямую $l_2:\frac{x+3}{3}=\frac{y-4}{-4}=\frac{z+2}{6}$.

Задание 6 (1 балл).

Найти уравнение плоскости π_1, проходящей через точку M_0 (-1, 2, 3) параллельно плоскости $\pi_2: x+y+z+2=0.$

Задание 7 (2 балла).

Доказать, что прямые l_1 и l_2 параллельны и найти расстояние между ними, если:

$l_1:\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{2}$ и $l_2:\frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-3}{2}$.

Задание 8 (1 балл).

Найти угол между прямой $l:\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi: x+4y+2z-7=0.$

Задание 9 (2 балла).

Составить уравнение плоскости π , которая проходит через точку $M_1(3, 2, 1)$ и отсекает на координатных осях положительные отрезки одинаковой длины.

Задание 10 (2 балла).

Найти проекцию точки M (2, -5, 2) на плоскость $\pi: x+2y-z=4$.

– *Тестирование:*

КОМПЛЕКТ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ
1 курс 2 семестр.

Тестирование проводится после завершения второй главы курса геометрии «Аналитическая геометрия пространства».

1. Тематическая структура теста:

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Наименование темы задания		Критерий зачета	№ задания в варианте тест-билета
1.	Метод координат в пространстве	1.1	Аффинная и прямоугольная системы координат в пространстве	Зачётное количество вопросов: 8 из 10	1,2,3
		1.2	Координаты точки		4
		1.3	Формулы преобразования координат		5,6,7,8

		1.4	Расстояние между двумя точками		9,10
2.	Векторное и смешанное произведения векторов	2.1	Площадь треугольника	Зачётное количество вопросов: 8 из 10	11,12
		2.2	Свойства векторного произведения векторов		13,14,15
		2.3	Смешанное произведение векторов		16,17,18
		2.4	Свойства смешанного произведения векторов		19,20
3.	Плоскость в пространстве	3.1	Различные уравнения плоскости	Зачётное количество вопросов: 8 из 10	21
		3.2	Общее уравнение плоскости		22,23
		3.3	Частные случаи общего уравнения плоскости		24,25
		3.4	Взаимное расположение двух и трёх плоскостей в пространстве		26,27,28
		3.5	Вычисление расстояния от точки до плоскости.		29
		3.6	Угол между двумя плоскостями.		30
4.	Прямая в пространстве	4.1	Виды уравнения прямой в пространстве	Зачётное количество вопросов: 8 из 10	31,32
		4.2	Взаимное расположение двух прямых в пространстве		33,34
		4.3	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве		35,36
		4.4	Вычисление угла между двумя прямыми в пространстве		37
		4.5	Вычисление угла между прямой и плоскостью в пространстве		38
		4.6	Расстояние от точки до прямой		39,40
5.	Поверхности второго порядка	5.1	Метод сечений в изучении поверхностей второго порядка	Зачётное количество вопросов: 8 из 10	41,42
		5.2	Поверхности вращения		43
		5.3	Цилиндрические поверхности		44
		5.4	Конические поверхности		45
		5.5	Эллипсоид		46
		5.6	Однополостный гиперболоид		47
		5.7	Двуполостный гиперболоид		48
		5.8	Эллиптический параболоид		49
		5.9	Гиперболический параболоид		50

2. Варианты тестов или тест-билеты

Вопрос 1. На какой координатной плоскости задан репер $R_3 = O, \vec{e_1}, \vec{e_3}$?

1) Oxy
2) Oxz
3) Oyz
4) $Oxyz$

Вопрос 2. На оси Oy положительное направление определяется вектором ?

1) $\vec{e_1}$
2) $\vec{e_2}$
3) $\vec{e_3}$
4) $\overrightarrow{OM}$

Вопрос 3. Координаты точки М в аффинной системе координат O_{xyz} называются?

1) координатами точки О
2) координатами вектора $\vec{e_1}$
3) координатами радиус-вектора $\overrightarrow{OM}$
4) координатами вектора $\vec{e_2}$

Вопрос 4. Аффинный репер R называется ортонормированным, если:
1) его координатные векторы единичные и попарно ортогональные
2) его координатные векторы коллинеарные
3) его координатные векторы компланарны
4) его координатные векторы различны

Вопрос 5. Формулы преобразования аффинной системы координат имеют вид:

1) $\begin{cases} x = x' + y' + z' + x_0, \\ y = x' + y' + z' + y_0, \\ z = x' + y' + z' + z_0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + x_0, \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + y_0, \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + z_0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z' + x_0, \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z' + y_0, \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z' + z_0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z', \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z', \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z'. \end{cases}$

Вопрос 6. Формулы переноса начала координат, т.е. формулы преобразования координат при переходе от $O_{\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}}$ к $O'_{\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}}$ имеют вид:

1) $\begin{cases} x' = x + x_0, \\ y' = y + y_0, \\ z' = z + z_0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z', \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z', \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z'. \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + x_0, \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + y_0, \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + z_0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = x' + x_0, \\ y = y' + y_0, \\ z = z' + z_0. \end{cases}$

Вопрос 7. Если новая система $O_{\vec{e}_1',\vec{e}_2',\vec{e}_3'}$ отличается от старой системы $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$, то формулы преобразования имеют вид:

1) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z' + x_0, \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z' + y_0, \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z' + z_0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{12}y' + c_{13}z', \\ y = c_{21}x' + c_{22}y' + c_{23}z', \\ z = c_{31}x' + c_{32}y' + c_{33}z'. \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z' + x_0, \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z' + y_0, \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z' + z_0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z', \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z', \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z'. \end{cases}$

Вопрос 8. Для построения точки $M(x, y, z)$ по её координатам в системе $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ необходимо найти:

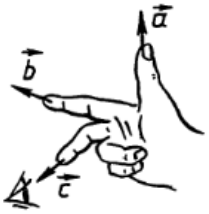
1) координаты вектора $\overrightarrow{OM}$

2) длину вектора $\overrightarrow{OM}$

3) построить прямоугольный параллелепипед

4) построить координатную ломаную точки М

Вопрос 9. Какая система координат $O_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$ изображена на рисунке?



1) правая
2) левая
3) ориентированная
4) прямоугольная

Вопрос 10. Матрица называется ортогональной если:
1) Если сумма квадратов каждой строки матрицы равна нулю, а сумма произведений соответствующих элементов любых двух её различных строк равна единицы
2) Если сумма квадратов каждой строки матрицы равна сумме произведений соответствующих элементов любых двух её различных строк
3) Если сумма квадратов каждой строки матрицы равна единицы, а сумма произведений соответствующих элементов любых двух её различных строк равна нулю
4) Если сумма квадратов каждой строки матрицы равна удвоенной сумме произведений соответствующих элементов любых двух её различных строк

Вопрос 11. Число, равное произведению длин векторов на косинус угла между ними, называется:
1) смешанным произведением векторов
2) скалярным произведениям векторов
3) векторным произведением векторов
4) базисом векторов

Вопрос 12. По какой формуле вычисляется скалярное произведение векторов?
1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\cos(\vec{a}\ \vec{b})$
2) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin(\vec{a}\ \vec{b})$
3) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos(\vec{a}\ \vec{b})$
4) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\sin(\vec{a}\ \vec{b})$

Вопрос 13. Вектор, длина которого численно равна площади параллелограмма, построенного на двух неколлинеарных векторах, называется?
1) смешанным произведением векторов
2) векторным произведением векторов
3) скалярным произведением векторов
4) нулевым вектором

Вопрос 14. Какому условию не удовлетворяет векторное произведение векторов?
1) $\left|\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin(\vec{a}\ \vec{b})$
2) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]\perp\vec{a}\ \ u\ [\vec{a}\cdot\vec{b}]\perp\vec{b}$
3) $\vec{a}\ u\ \vec{b}$ коллинеарные
4) $[\vec{a}\cdot\vec{b}],\vec{a},\vec{b}$ имеют одинаковую ориентацию, что и базисная тройка $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$

Вопрос 15. Как называется свойство векторного произведения $[m\vec{a}\cdot\vec{b}]=[\vec{a}\cdot m\vec{b}]=m[\vec{a}\cdot\vec{b}]$?

1) ассоциативность относительно скалярного множителя
2) антисимметричность
3) дистрибутивность
4) антикоммутативность

Вопрос 16. Какое условие не удовлетворяет определению:
«Скалярное произведение векторного произведения двух векторов на третий вектор называется…»
1) тройным произведением векторов
2) объёмом параллелепипеда, построенного на этих векторах
3) площадью параллелограмма
4) смешанным произведением векторов

Вопрос 17. Какое условие не удовлетворяет свойствам смешанного произведения векторов?
1) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}) = -(\vec{b}\cdot\vec{c}\cdot\vec{a}) = -(\vec{c}\cdot\vec{a}\cdot\vec{b})$
2) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}) = (\vec{b}\cdot\vec{c}\cdot\vec{a}) = (\vec{c}\cdot\vec{a}\cdot\vec{b})$
3) $(\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}) = -(\vec{b}\cdot\vec{a}\cdot\vec{c}) = -(\vec{c}\cdot\vec{b}\cdot\vec{a}) = -(\vec{a}\cdot\vec{c}\cdot\vec{b})$
4) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}\cdot\vec{d} = (\vec{a}\cdot\vec{c}\cdot\vec{d}) = (\vec{b}\cdot\vec{c}\cdot\vec{d})$

Вопрос 18. Для любых векторов $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ справедливо равенство:
1) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]\cdot[\vec{a}\cdot\vec{b}] = \left(\vec{a}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{b}\right) + \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2$
2) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]\cdot[\vec{a}\cdot\vec{b}] = \left(\vec{a}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{b}\right) - \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2$
3) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]\cdot[\vec{a}\cdot\vec{b}] = \left(\vec{a}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{b}\right)$
4) $[\vec{a}\cdot\vec{b}]\cdot[\vec{a}\cdot\vec{b}] = \left(\vec{a}\cdot\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{b}\right) - 2\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$

Вопрос 19. Модуль векторного произведения равен:
1) площади параллелограмма
2) объёму параллелепипеда
3) нуль-вектору
4) площади треугольника

Вопрос 20. Как называется приём для нахождения координат векторного произведения векторов?
1) метод Крамера
2) приём круговой перестановки
3) сложение одноименных координат исходных векторов
4) нахождения суммы произведений одноименных координат

Вопрос 21. Если в общем уравнении плоскости $Ax + By + Cz + D = 0 \;\rightarrow\; A = D = 0$, то плоскость:
1) совпадает с плоскостью xOz
2) проходит через ось Oy
3) параллельна плоскости xOz
4) проходит через ось Ox

Вопрос 22. По какой формуле находится уравнение плоскости в отрезках?
1) $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=1$
2) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$

3) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

4) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

Вопрос 23. По какой формуле находится уравнение плоскости по двум точкам и вектору, коллинеарному плоскости?

1) $\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}=0$

2) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}=0$

3) $(x-x_0)\cdot n_1+(y-y_0)\cdot n_2+(z-z_0)\cdot n_3=0$

4) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$

Вопрос 24. Две плоскости $\pi_1:\ A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $\pi_2:\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ пересекаются по прямой если:

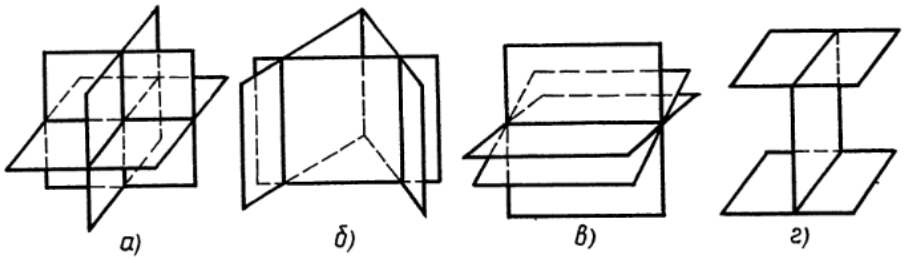
1) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}$ равен единице, а ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \end{pmatrix}$ равен двум.

2) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}$ равен двум и ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \end{pmatrix}$ равен двум.

3) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}$ равен единице и ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \end{pmatrix}$ равен единице.

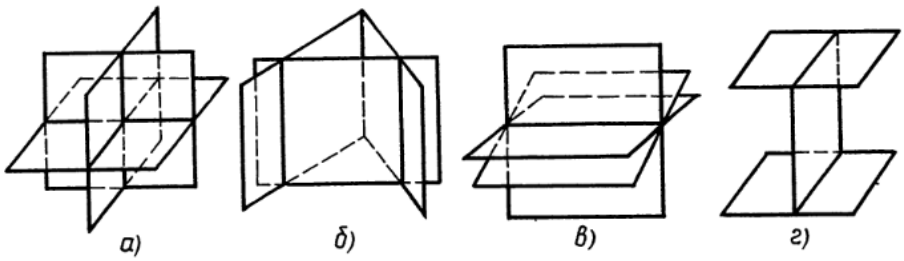
4) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix}$ равен двум, а ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \end{pmatrix}$ равен единице.

Вопрос 25. На каком рисунке три плоскости π_1, π_2, π_3 имеют единственную общую точку?



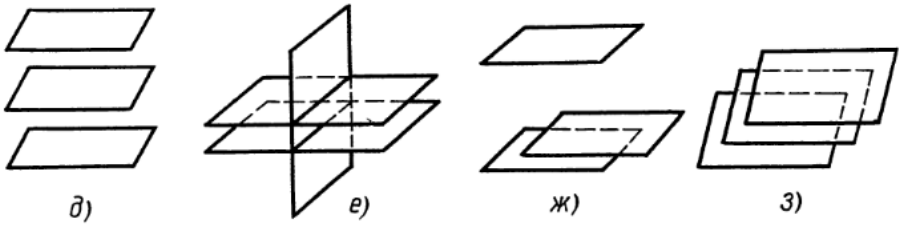
1) а
2) б
3) в
4) г

Вопрос 26. На каком рисунке три плоскости π_1, π_2, π_3 попарно пересекаются, но не имеют общей точки?



1) *а*
2) *б*
3) *в*
4) *г*

Вопрос 27. На каком рисунке две плоскости π_1, π_2 совпадают, а π_3 им параллельна?



1) *д*
2) *е*
3) *ж*
4) *з*

Вопрос 28. По какой формуле вычисляется расстояние между двумя параллельными плоскостями π_1, π_2 ?

1) $\rho(\pi_1,\pi_2)=\dfrac{D_2-D_1}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

2) $\rho(\pi_1,\pi_2)=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

3) $\rho(\pi_1,\pi_2)=\dfrac{\left|D_2-D_1\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

4) $\rho(\pi_1,\pi_2)=\dfrac{D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

Вопрос 29. По какой формуле вычисляется угол между двумя плоскостями $\pi_1:\ A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $\pi_2:\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$?

1) $\cos\varphi=\dfrac{A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2+C_1\cdot C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

2) $\sin\varphi=\dfrac{A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2+C_1\cdot C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

3) $\sin\varphi=\dfrac{A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2+C_1\cdot C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}+\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

4) $\cos\varphi = \dfrac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} + \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

Вопрос 30. Две плоскости $\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $\pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ перпендикулярны, если:

1) $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 = 0$

2) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$

3) $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 \neq 0$

4) $A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 + D_1 \cdot D_2 = 0$

Вопрос 31. Прямая l параллельна оси Oy если:

1) $x - x_0 = 0,\ z - z_0 = 0$

2) $y - y_0 = 0,\ z - z_0 = 0$

3) $x - x_0 = 0,\ y - y_0 = 0$

4) $\dfrac{x - x_0}{m_1} = \dfrac{z - z_0}{m_3},\ y - y_0 = 0$

Вопрос 32. Если в уравнении прямой $l \rightarrow x = 0$, то прямая l в пространстве?

1) лежит в координатной плоскости Oxz

2) лежит в координатной плоскости Oyz

3) лежит в координатной плоскости Oxy

4) совпадает с осью Ox

Вопрос 33. Две прямые l_1 и l_2 в пространстве называются скрещивающимися, если:

1) $(\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{m_2}) = 0$

2) $(\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{m_2}) \neq 0$

3) $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{k_1}{k_2},$ *где* $\overrightarrow{m_1}(p_1, n_1, k_1),\ \overrightarrow{m_2}(p_2, n_2, k_2)$

4) $\overrightarrow{M_1M_2} \,||\, \overrightarrow{m_1} \,||\, \overrightarrow{m_2}$

Вопрос 34. Две прямые l_1 и l_2 в пространстве называются параллельными, если:

1) $(\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{m_2}) = 0$

2) $\overrightarrow{m_1} \,||\, \overrightarrow{m_2}$, *а* $\overrightarrow{M_1M_2}$ *и* $\overrightarrow{m_1}$ *не коллинеарны*

3) $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{k_1}{k_2},$ *где* $\overrightarrow{m_1}(p_1, n_1, k_1),\ \overrightarrow{m_2}(p_2, n_2, k_2)$

4) $\overrightarrow{M_1M_2} \,||\, \overrightarrow{m_1} \,||\, \overrightarrow{m_2}$

Вопрос 35. Две прямые l_1 и l_2 в пространстве пересекаются, если:

1) $\overrightarrow{M_1M_2} \,||\, \overrightarrow{m_1} \,||\, \overrightarrow{m_2}$

2) $\overrightarrow{m_1} \,||\, \overrightarrow{m_2}$ *и* $\overrightarrow{M_1M_2}$ *и* $\overrightarrow{m_1}$ *не коллинеарны*

3) $(\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{m_2}) \neq 0$

4) $(\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{m_1} \cdot \overrightarrow{m_2}) = 0$ *и* $\overrightarrow{m_1}$ *и* $\overrightarrow{m_2}$ *не коллинеарны*

Вопрос 36. Прямая l и плоскость π пересекаются, если:

1) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D = 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

2) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

3) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 \neq 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

4) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D \neq 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

Вопрос 37. Прямая l параллельна плоскости π если:

1) $\frac{A}{m_1} = \frac{B}{m_2} = \frac{C}{m_3}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

2) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 \neq 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

3) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D = 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

4) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D \neq 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

Вопрос 38. Прямая l лежит в плоскости π если:

1) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 \neq 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

2) $\frac{A}{m_1} = \frac{B}{m_2} = \frac{C}{m_3}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

3) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D = 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

4) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D \neq 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

Вопрос 39. Прямая l и плоскость π перпендикулярны если:

1) $\frac{A}{m_1} = \frac{B}{m_2} = \frac{C}{m_3}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

2) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

3) $\begin{cases} A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 = 0 \\ A\cdot x_0 + B\cdot y_0 + C\cdot z_0 + D = 0 \end{cases}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C), M_0(x_0, y_0, z_0)$

4) $A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3 \neq 0$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

Вопрос 40. По какой формуле вычисляется угол между прямой l и плоскостью $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$?

1) $\cos\varphi = \frac{|A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3|}{\sqrt{m_1^2 + m_1^2 + m_1^2}\cdot\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, где $\vec{m}(m_1, m_2, m_3), \vec{N}(A, B, C)$

2) $\sin\varphi = \dfrac{|A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3|}{\sqrt{m_1^2+m_1^2+m_1^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, *где* $\vec{m}(m_1,m_2,m_3), \vec{N}(A,B,C)$

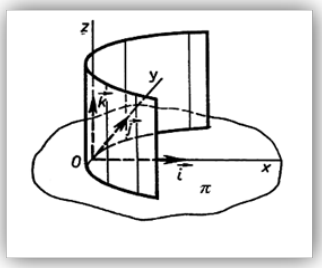
3) $\sin\varphi = \dfrac{A\cdot m_1 + B\cdot m_2 + C\cdot m_3}{\sqrt{m_1^2+m_1^2+m_1^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, *где* $\vec{m}(m_1,m_2,m_3), \vec{N}(A,B,C)$

4) $\sin\varphi = \dfrac{|A\cdot m_1 - B\cdot m_2 - C\cdot m_3|}{\sqrt{m_1^2+m_1^2+m_1^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, *где* $\vec{m}(m_1,m_2,m_3), \vec{N}(A,B,C)$

Вопрос 41. Определить по каноническому уравнению $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ вид цилиндрической поверхности второго порядка.
1) эллиптический цилиндр
2) гиперболический цилиндр
3) параболический цилиндр
4) цилиндр, распавшийся на пару пересекающихся по оси Oz плоскостей

Вопрос 42. Если каноническое уравнение цилиндрической поверхности второго порядка имеет вид $x^2=0$, то поверхность называется?
1) цилиндром, представляющим собой пару слившихся плоскостей
2) цилиндром, распавшимся на пару пересекающихся по оси Oz плоскостей
3) эллиптическим цилиндром
4) параболическим цилиндром

Вопрос 43. Какая цилиндрическая поверхность второго порядка изображена на рисунке?



1) цилиндр, представляющим собой пару слившихся плоскостей
2) цилиндр, распавшийся на пару пересекающихся по оси Oz плоскостей
3) параболический цилиндр
4) гиперболический цилиндр

Вопрос 44. Каноническое уравнение конической поверхности второго порядка имеет вид:

1) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=0$

2) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=0$

3) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$

4) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=0$

Вопрос 45. Каноническое уравнение однополостного гиперболоида имеет вид:

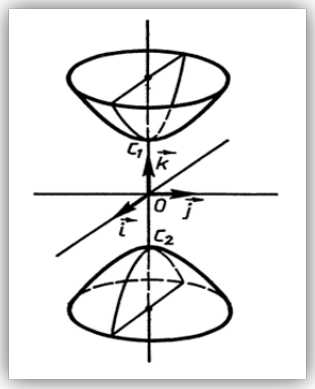
1) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

2) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

3) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$

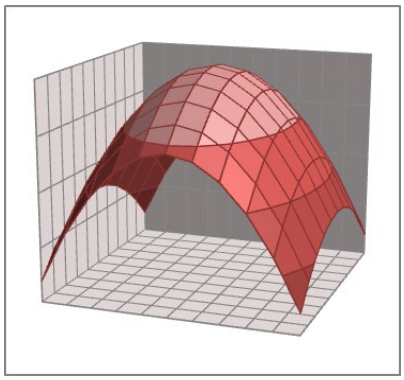
4) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z$

Вопрос 46. Форма, какой поверхности второго порядка, полученная методом сечений представлена на рисунке?



1) однополостный гиперболоид
2) двуполостный гиперболоид
3) эллиптический параболоид
4) эллипсоид

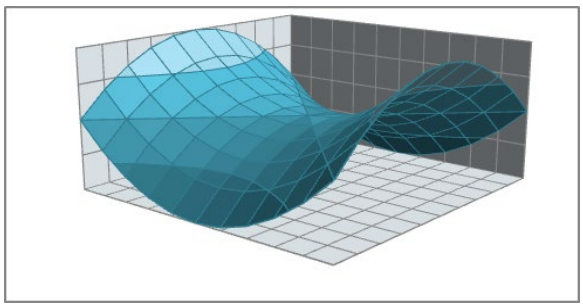
Вопрос 47. Какое значение принимает параметр c в каноническом уравнении эллиптического параболоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=cz$, если поверхность представлена следующим образом:



1) $c\le 0$
2) $c>0$

3) $c < 0$
4) $c \geq 0$

Вопрос 48. Какое значение принимает параметр c в каноническом уравнении гиперболического параболоида $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz$, если поверхность представлена следующим образом:



1) $c = 0$
2) $c > 0$
3) $c < 0$
4) $0 < c < 1$

Вопрос 49. Если однополостный гиперболоид пересечь плоскостью $z = h$, то при $h = 0$, сечение поверхности плоскостью Oxy называется?

1) параболой
2) гиперболой, с мнимой осью Oz
3) гиперболой, с мнимой осью Oy
4) горловым эллипсом поверхности

Вопрос 50. Какое каноническое уравнение имеет параболоид вращения?

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 2z$ 2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 2z$ 3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2z$ 4) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = -2z$

3. Бланк листа ответов

Тестирование «Аналитическая геометрия пространства»

ФИО _____ Факультет ____ Курс ___ Группа ____Дата_____

Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа	Номер вопроса	Номер ответа
1		11		21		31		41	
2		12		22		32		42	
3		13		23		33		43	
4		14		24		34		44	
5		15		25		35		45	
6		16		26		36		46	
7		17		27		37		47	
8		18		28		38		48	
9		19		29		39		49	
10		20		30		40		50	

4. Инструкция по проведению тестирования

Тестирование состоит из 50 вопросов, разделённых, на пять модулей в соответствии с разделами изучаемой дисциплины. Для каждого вопроса приведено 4 варианта ответа. Необходимо выбрать только один правильный ответ. Время на каждый вопрос зависит от уровня сложности. Всего на тестирование определено 50 минут. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает (2n) балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше. Максимальное количество баллов за тестирование – 10 баллов.

5. Критерии формирования оценки и шкала оценивания:

Критерии формирования оценки	Шкала оценивания, max
Если освоено 5 модулей, то студент получает 10 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	10 баллов
Если освоено 4 модуля, то студент получает 8 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	8 баллов
Если освоено 3 модуля, то студент получает 6 баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	6 баллов
Если освоено 2 модуля, то студент получает 4 балла за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	4 балла
Если освоено 1 модуль, то студент получает 2 балла за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 80% и выше.	2 балла
Если успешно не освоен ни один модуль, то студент баллов не получает.	0 баллов

2 курс 3 семестр

Оценочным средством для текущего контроля успеваемости студентов является:

– *Комплект заданий для контрольных работ:*

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту предлагается выполнить 2 контрольные работы, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

Контрольная работа №1.

Проверяется знание свойств расширенного аффинного (евклидова) пространства и двумерного проективного пространства; умение решать задачи проективной геометрии в однородных координатах, решение задач элементарной геометрии проективными средствами.

Тема: «Проективная геометрия на проективной плоскости и на проективной прямой»

Вариант №1.

Задание 1 (2 балла).
На плоскости дана проективная система координат R=(A_1,A_2,A_3,E).
Построить точку по её координатам в данной системе R=(A_1,A_2,A_3,E), если M (2, -1, -2).

Задание 2 (1 балл).
На прямой дана проективная система координат R=(A_1,A_2,E).
Построить точку по её координатам в данной системе R=(A_1,A_2,E), если D (1, -4).

Задание 3 (1 балл).
Записать формулы преобразования координат точек проективной плоскости, если матрица перехода от репера R к реперу R' имеет вид: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 4 (1 балл).
Найти общее уравнение и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки A (-3, 2, -1) и B (5, -3, 2).

Задание 5 (1 балл). Найти точку пересечения прямых: $x_1+2x_2+3x_3=0$ и $3x_1+x_2+4x_3=0$.

Задание 6 (1 балл).
Даны точки A (2, -1, 8), B (1, 0, 3), C (-2, -3, 1), D (2, -3, 1). Найти точку $P = AB \bigcap CD$.

Задание 7 (3 балла).
Даны две параллельные прямые и точка, не лежащая на них. С помощью одной линейки через точку привести прямую, параллельную данной прямой. Для решения задачи необходимо использовать теорему Дезарга.

Задание 8 (2 балла).
Построить на проективной плоскости прямую l по её уравнению: $x_1-3x_2+2x_3=0$.

Вариант №2.

Задание 1 (2 балла).
На плоскости дана проективная система координат R=(A_1,A_2,A_3,E).
Построить точку по её координатам в данной системе R=(A_1,A_2,A_3,E), если P (1, 3, -1).

Задание 2 (1 балл).
На прямой дана проективная система координат R=(A_1,A_2,E).
Построить точку по её координатам в данной системе R=(A_1,A_2,E), если B (2, -2).

Задание 3 (1 балл).
Записать формулы преобразования координат точек проективной плоскости, если матрица перехода от репера R к реперу R' имеет вид: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 4 (1 балл).
Найти общее уравнение и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки C (4, -2, -3) и D (2, 3, -4).

Задание 5 (1 балл).
Найти точку пересечения прямых: $x_1+x_2+4x_3=0$ и $x_1+2x_2+5x_3=0$.

Задание 6 (1 балл).
Даны точки A (-2, -1, 6), B (3, 2, 0), C (-2, 3, -1), D (-3, 1, -2). Найти точку $N = AB \bigcap CD$.

Задание 7 (3 балла).
Даны две параллельные прямые и точка, не лежащая на них. С помощью одной линейки через точку привести прямую, параллельную данной прямой. Для решения задачи необходимо использовать теорему Дезарга.
Задание 8 (2 балла).
Построить на проективной плоскости прямую l по её уравнению: $2x_1+x_2-3x_3=0$.

2 курс 3 семестр
Контрольная работа №2.
Проверяется знание теории проективных отображений и преобразований прямых и плоскостей; выполнение построений на проекционном чертеже.
Тема: Задачи на проекционном чертеже»

Вариант №1.

Задание 1 (1 балл).
Даны точки A (1, 2, 1), M (2, 5, 3), N (4, 3, -1). Доказать, что эти точки инцидентны одной прямой и найти координаты точки B $\in l$, если (AB, MN)=3.
Задание 2 (2 балла).
Изобразить конус в параллельной проекции. Записать алгоритм построения.
Задание 3 (1 балл).
Убедившись в инцидентности прямых a (-4, 5, 3), b (-1, 5, 0), c (3, 5, -4) одному пучку, найти прямую d (d_1, d_2, d_3) этого пучка, если (ab, cd)= 3.
Задание 4 (2 балла).
Изобразить цилиндр в параллельной проекции. Записать алгоритм построения.
Задание 5 (3 балла).
Построить сечение четырёхугольной пирамиды $SABCD$ плоскостью β заданной следом в плоскости α
Задание 6 (3 балла).
Показать графически, что если пятиугольник вписан в овальную линию второго порядка, то точки пересечения двух пар его несмежных сторон и точка пересечения пятой стороны с касательной к противоположной вершине лежат на одной прямой.

Вариант №2.
Задание 1 (1 балл).
Даны точки A (1, 0, 1), X (0, 1, 1), P (1, 1, 2). Доказать, что эти точки инцидентны одной прямой и найти координаты точки B $\in l$, если (AB, XP)=4.
Задание 2 (2 балла).
Изобразить пирамиду в параллельной проекции. Записать алгоритм построения.
Задание 3 (1 балл).
Убедившись в инцидентности прямых a (1, -2, -4), b (-1, -3, 2), c (-1, 7, 6) одному пучку, найти прямую d (d_1, d_2, d_3) этого пучка, если (ab, cd)= -4.
Задание 4 (2 балла).
Изобразить шар в параллельной проекции. Записать алгоритм построения.
Задание 5 (3 балла).
Построить сечение треугольной призмы $ABCA'B'C'$ и три точки сечения её с плоскостью на боковых гранях P, Q, R. Требуется построить сечение, проходящее через эти точки.

Задание 6 (3 балла).
Показать графически, что если четырёхвершинник вписан в овальную линию второго порядка, то точки пересечения его противоположных сторон и точка пересечения касательных в противоположных вершинах лежат на одной прямой.

2 курс 4 семестр

Оценочным средством для текущего контроля успеваемости студентов является:

– *Комплект заданий для контрольных работ:*

В соответствие с описанием содержания учебного материала по темам, студенту предлагается выполнить 2 контрольные работы, каждая из которых оценивается баллами в соответствии с рейтинговой системой.

Контрольная работа №1.

Проверяется знание элементов топологии, теории вектор-функций, аналитической геометрии и их приложений к исследованию свойств плоских и пространственных кривых евклидова трехмерного пространства. Проверяется знание основ аналитической геометрии и математического анализа и умение применять эти знания, к исследованию свойств поверхностей евклидова трехмерного пространства.

Тема: «Дифференциальная геометрия»

Задание 1 (1 балл).
Вычислить длину дуги винтовой линии $r = a\cos t \cdot i + a\sin t \cdot j + bt \cdot k \ \ (a \neq 0,\ b \neq 0)$ заключенной между точками $M_1\ (t_1 = 0)\ и\ M_2\ (t_2 = 2\pi)$.

Задание 2 (1 балл).
Написать уравнение нормальной плоскости кривой $z = x^2 + y^2$, $y = x$ в точке $(3,\ 3,\ 18)$.

Задание 3 (4 балла).
Для кривой $x = \frac{\sqrt{2}}{4}(t^2 + \frac{1}{2}t^4),\ y = \frac{1}{3}t^3$, $z = \frac{\sqrt{2}}{4}(t^2 - \frac{1}{2}t^4)$ написать уравнения рёбер и граней подвижного сопровождающего трёхгранника в точке $M_0\ (t_0 = 1)$. Найти кривизну и кручение кривой.

Примечание: ответ должен содержать: уравнение касательной к кривой в точке, уравнение бинормали, уравнение главной нормали, уравнение соприкасающейся плоскости, уравнение нормальной плоскости, уравнение спрямляющей плоскости.

Задание 4 (2 балла).
Составить уравнения касательной плоскости и нормали к конической поверхности $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ в точке $M_0\ (1, 2, 4)$. Параметры *a, b, c* подобрать самостоятельно в зависимости от свойств поверхности.

Задание 5 (4 балла).
Дана поверхность:

$$\begin{cases} x = 2u \\ y = 3v \\ z = 5uv \end{cases}$$

1. Вычислить первую квадратичную форму поверхности.
2. Вычислить вторую квадратичную форму поверхности.
3. Найти нормальную кривизну линии в точке этой поверхности.
4. Вычислить главные направления и главные кривизны.

5. Вычислить полную кривизну поверхности.
6. Вычислить среднюю кривизну поверхности.

Вариант №2.

Задание 1 (1 балл).

Записать в естественной параметризации уравнения кривой: $x = e^t \cdot \cos t$, $y = e^t \cdot \sin t$, $z = e^t$.

Задание 2 (1 балл).

Написать уравнение соприкасающейся плоскости кривой $x = a \cdot \cos t$, $y = b \cdot \sin t$, $z = e^t$ в точке $(a,\ 0,\ 1)$, $(a \neq 0,\ b \neq 0)$.

Задание 3 (4 балла).

Для кривой $x = \frac{\sqrt{2}}{4}(t^2 + \frac{1}{2}t^4),\ y = \frac{1}{3}t^3,\ z = \frac{\sqrt{2}}{4}(t^2 - \frac{1}{2}t^4)$ написать уравнения рёбер и граней подвижного сопровождающего трёхгранника в точке $M_0\ (t_0 = 1)$. Найти кривизну и кручение кривой.

Примечание: ответ должен содержать: уравнение касательной к кривой в точке, уравнение бинормали, уравнение главной нормали, уравнение соприкасающейся плоскости, уравнение нормальной плоскости, уравнение спрямляющей плоскости.

Задание 4 (2 балла).

Составить уравнения касательной плоскости и нормали к однополостному гиперболоиду $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ в точке $M_0\ (2, 1, 3)$. Параметры *a, b, c* подобрать самостоятельно в зависимости от свойств поверхности.

Задание 5 (4 балла).

Дана поверхность:

$$\begin{cases} x = 5u \\ y = 2v \\ z = uv \end{cases}$$

1. Вычислить первую квадратичную форму поверхности.
2. Вычислить вторую квадратичную форму поверхности.
3. Найти нормальную кривизну линии в точке этой поверхности.
4. Вычислить главные направления и главные кривизны.
5. Вычислить полную кривизну поверхности.
6. Вычислить среднюю кривизну поверхности.

2 курс 4 семестр

Контрольная работа №2.

Проверяется знание аксиоматических основ евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского и применение аксиоматического метода к решению задач на доказательство. Проверяется знание школьного курса геометрии и умение решать планиметрические задачи на вычисления повышенной сложности.

Тема: «Основания геометрии»

Вариант №1.

Задание 1 (1 балл).

Доказать первый признак конгруэнтности треугольников, используя аксиоматику Гильберта.

Задание 2 (1 балл).

Записать три основных требования, применяемые к любой системе аксиом.

Задание 3 (2 балла).
Доказать первое свойство движения в модели Клейна планиметрии Лобачевского: «Движения переводят точку в точку».
Задание 4 (2 балла).
Пусть AA_1, BB_1, CC_1 – различные попарно параллельные прямые. Доказать, что если AB – прямая равного наклона прямых AA_1 и BB_1, а BC – прямая равного наклона прямых BB_1 и CC_1, то AC – прямая равного наклона для прямых AA_1 и CC_1.
Задание 5 (2 балла).
Доказать первый признак конгруэнтности вырожденных треугольников: «Два вырожденных треугольника конгруэнтны, если собственная сторона и один из прилежащих к ней углов первого треугольника соответственно конгруэнтны стороне и прилежащей к ней углов второго треугольника».
Задание 6 (2 балла).
Доказать четвёртый признак конгруэнтности вырожденных треугольников: «Любые два трижды вырожденных треугольника конгруэнтны».
Задание 7 (2 балла).
В равнобедренном треугольнике длина высоты, проведённой к боковой стороне, равна половине длины этой стороны. Вычислить углы треугольника.

Вариант №2.

Задание 1 (1 балл).
Доказать второй признак конгруэнтности треугольников, используя аксиоматику Гильберта.
Задание 2 (1 балл).
Записать три основных требования, применяемые к любой системе аксиом.
Задание 3 (2 балла).
Доказать второе свойство движения в модели Клейна планиметрии Лобачевского: «Движения переводят прямую в прямую».
Задание 4 (2 балла).
Пусть $\angle ABC$ – произвольный острый угол. Показать, что всегда существует прямая, параллельная сторонам $\angle ABC$, т.е. существует такая прямая UV, что BA параллельна UV и BC параллельна VU.
Задание 5 (2 балла).
Доказать второй признак конгруэнтности вырожденных треугольников: «Два вырожденных треугольника конгруэнтны, если углы с соответствующей вершиной одного треугольника соответственно конгруэнтны углам с соответствующей вершиной другого треугольника».
Задание 6 (2 балла).
Доказать третий признак конгруэнтности вырожденных треугольников: «Два дважды вырожденных треугольника конгруэнтны, если конгруэнтны их углы с собственной вершиной».
Задание 7 (2 балла). В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC, $\angle C = 90^0$ и проведены медианы AA_1 и BB_1. Вычислить косинус угла между этими медианами.